

Thème : Une histoire du vivant. Les modèles démographiques.

5. LE MODELE LINEAIRE

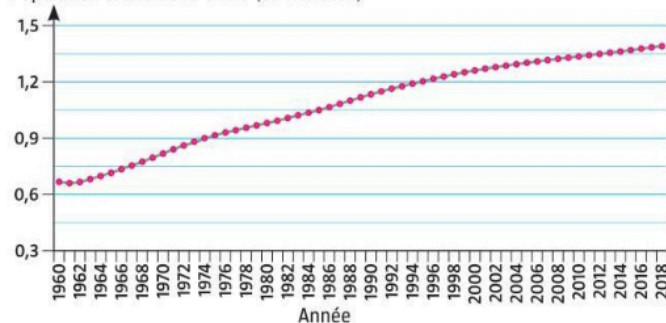
L'un des objectifs de la démographie est de prédire l'évolution de l'effectif des populations. Dans le cas d'une croissance régulière, un modèle mathématique simple, le modèle linéaire peut être utilisé.

OBJECTIF : RECONNAITRE UNE CROISSANCE LINEAIRE ET L'UTILISER POUR EFFECTUER DES PREVISIONS

DOCUMENT 1 : Des données sur l'évolution de la population chinoise

- La Chine est le pays le plus peuplé du monde devant l'Inde et les États-Unis. Sa population est estimée à 1,4 milliard d'habitants, soit environ 20 % de la population mondiale.

Population totale de la Chine (en milliards)

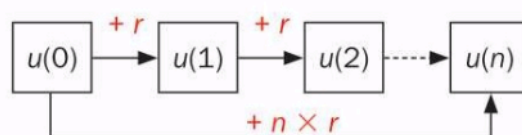


| Année | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 |
|----------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Nombre d'habitants (en millions) | 1 338 | 1 344 | 1 351 | 1 357 | 1 364 | 1 371 | 1 379 | 1 386 | 1 393 |

Les effectifs de la population chinoise de 2010 à 2018.

DOCUMENT 2 : Un outil mathématique pour décrire une croissance linéaire : la suite arithmétique

- Une suite u est une liste ordonnée de nombres. Chaque terme $u(n)$ est numéroté par un indice n qui appartient à \mathbb{N} , l'ensemble des entiers naturels.
- Lorsque les points de coordonnées $(n, u(n))$ sont alignés, la suite de terme général $u(n)$ est une suite arithmétique.
- Pour une population dont la variation absolue est presque constante d'une année sur l'autre, il est possible de modéliser son évolution et de faire des prédictions en utilisant une suite arithmétique.
- La valeur initiale $u(0)$ de la suite est l'effectif de la population au début de l'étude.
- La raison r de la suite correspond à une estimation de la variation absolue de la population supposée constante.



- Une prédiction du nombre d'habitants pour une année n (pour laquelle nous n'avons pas l'information), est donnée par : $u(n) = u(0) + n \times r$.

QUESTION 1 : Expliquer pourquoi l'évolution de la population chinoise depuis 1960 se rapproche de celle d'une suite arithmétique.

QUESTION 2 : Compléter le tableau suivant. Commenter

| Année | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Nombre d'habitants | 1338 | 1344 | 1351 | 1357 | 1364 | 1371 | 1379 | 1386 | 1393 |
| Variation absolue | | | | | | | | | |

QUESTION 3 : Vérifier l'affirmation suivante : en moyenne, la population chinoise a augmenté de 7 millions par an entre 2010 et 2018.

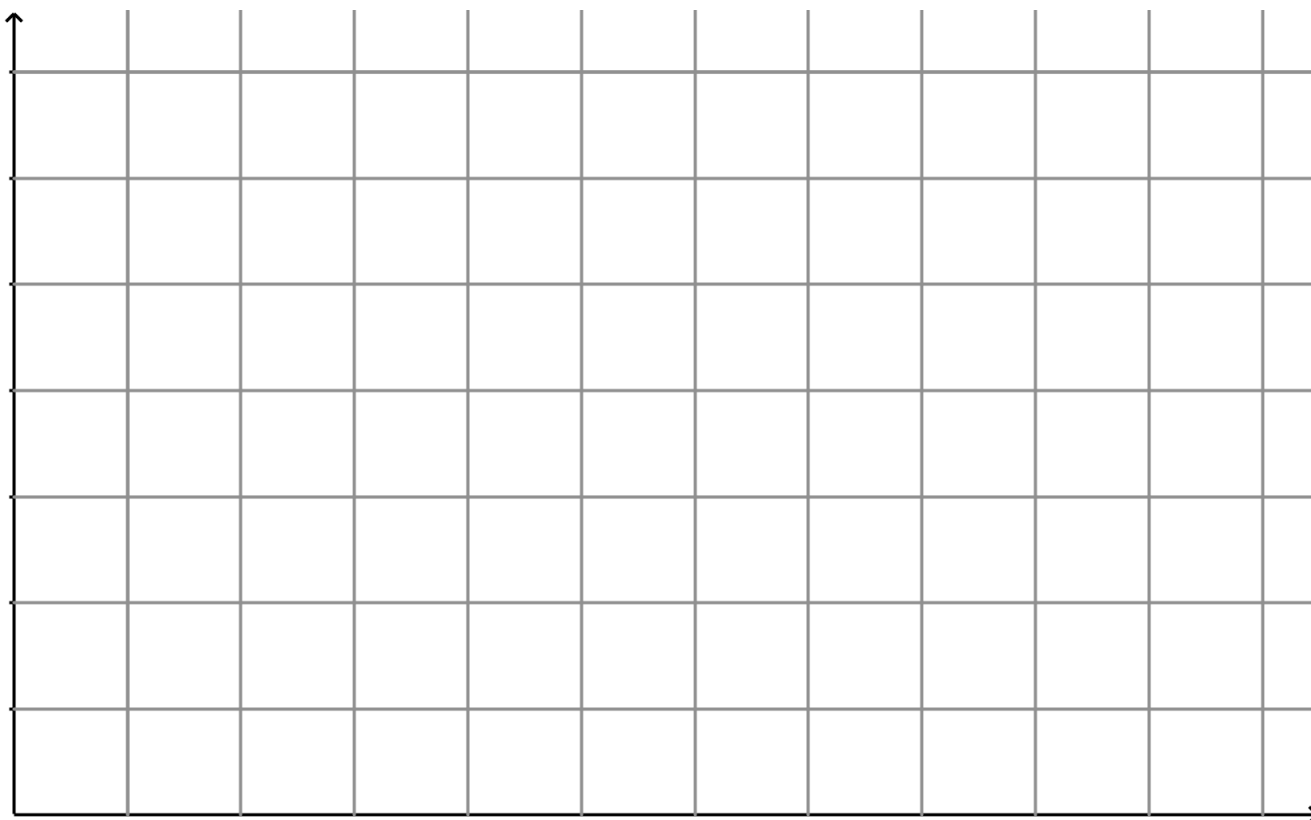
QUESTION 4 : La croissance de la population chinoise à partir de 2010 est modélisée par une suite arithmétique de terme général $u(n)$ et de raison $r = 7$. $u(n)$ représente l'effectif de la population chinoise en millions d'habitants à l'année $2010 + n$ sous l'hypothèse d'une croissance linéaire.

a) Justifier que $u(0) = 1338$.

b) Calculer $u(9)$ et $u(10)$. Que représentent les résultats obtenus ?

c) Calculer une prédiction de l'effectif de la population chinoise en 2050.

QUESTION 5 : Tracer le nuage de points associé à l'évolution de la population chinoise entre 2010 et 2018



QUESTION 6 : A la calculatrice, utiliser les données du document I pour ajuster par une droite le nuage de points qui représente la population chinoise. Tracer la droite sur le graphique.

.....

.....

.....

QUESTION 7 : Avec cet ajustement, calculer une nouvelle prédiction du nombre d'habitants en 2020.

.....

.....

.....

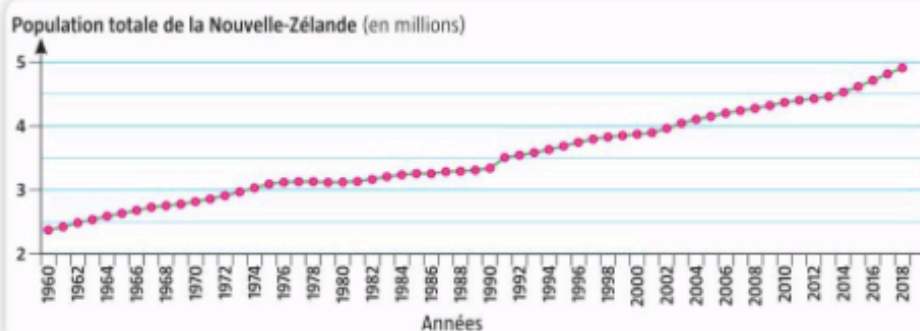
CONCLUSION :

.....

.....

.....

EXERCICE 1 : La Nouvelle-Zélande



Doc 1. Évolution du nombre d'habitants de la Nouvelle-Zélande

| Année | 1991 | 2000 | 2018 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Habitants | 3 495 100 | 3 857 700 | 4 885 500 |

Doc 2. Nombre d'habitants de la Nouvelle-Zélande pour les années 1991, 2000 et 2018

On s'intéresse à la période 1991-2018.

1. Les scientifiques de l'université de Sherbrooke affirment que la croissance est linéaire sur cette période. Justifier cette affirmation.
2. Calculer le taux de variation de la population entre 1991 et 2018. Arrondir au dixième en %.
3. On modélise l'évolution de la population par une suite arithmétique de raison r . Son terme général $u(n)$ est tel que $u(0) = 3\,495\,100$ et $u(27) = 4\,885\,500$. Les résultats seront arrondis à l'unité.
 - a. Exprimer $u(27)$ en fonction de r .
 - b. Déterminer la valeur de r .
 - c. Calculer alors la valeur de $u(9)$. Comparer avec les données.
 - d. Avec ce modèle, vérifier que la population de Nouvelle-Zélande sera d'un peu plus de 5,5 millions à l'horizon 2030.



EXERCICE 2 : Un modèle démographique linéaire pour la Roumanie

Le tableau ci-contre donne l'évolution de la population de la Roumanie, en millions d'habitants, entre 2010 et 2018.

| Année | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|
| Rang n | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Population | 20,25 | 20,15 | 20,06 | 19,98 | 19,91 | 19,82 | 19,7 | 19,59 | 19,47 |

1. **Représenter** le nuage de points associé à ce tableau, le rang de l'année étant placé en abscisses. On prendra 1 cm pour unité en abscisses et 10 cm en ordonnées, les graduations commençant à 18,5 en ordonnées.
2. **Justifier** que la décroissance de la population de la Roumanie relève d'un modèle linéaire.
 - a. Donner $u(0)$ et $u(8)$.
 - b. Exprimer $u(n)$ en fonction de n .
 - c. Estimer, avec ce modèle, la population de la Roumanie en 2025.
3. On note $u(n)$ le nombre d'habitants de ce pays, en millions, en l'année de rang n , selon le modèle linéaire.