Cours 5. Introduction à l'électromagnétisme


(Amalie) Emmy Noether (1882-1935), mathématicienne allemande, a notamment démontré en 1915 un théorème qui formalise le lien entre les lois de conservation et les symétries d'un système. Qualifié par Einstein de "monument de la pensée mathématique", ce théorème très général peut s'appliquer aux théories décrites par un lagrangien ou un hamiltonien. Emmy Noether a aussi été l'auteur de contributions fondamentales en algèbre.

I. Charges et courants

I.1. Quantification de la charge

Une charge isolée a nécessairement pour valeur $Q = pe$, avec $p \in \mathbb{Z}$ et $e = 1,6.10^{-19}$ C.

I.2. Les charges mobiles dans la matière

On trouve des charges isolées, dans des faisceaux de particules, dans les gaz partiellement ou totalement ionisés, dans les liquides (électrolytes, métaux conducteurs comme Na ou Hg), dans les solides.

Parmi les solides, on distingue, selon la répartition électronique dans les bandes de valence et de conduction et selon la disposition relative de ces bandes : des isolants (pas de charges libres), des semi-conducteurs, et des conducteurs. Dans les supraconducteurs, les électrons sont appariés (en paires de Cooper).

I.3. Modélisation des distributions de charges et courants

Un **courant** est un déplacement d'ensemble de porteurs de charge.

Le **vecteur densité de courant** $\overrightarrow{\mathbf{j}}$ (en A.m^{-2}) est défini à partir des caractéristiques des porteurs de charges mobiles :

$$\overrightarrow{j} = \sum_i n_i q_i \overrightarrow{V_i}$$

où $\overrightarrow{V_i}$ est la vitesse moyenne des porteurs de charges de type i, n_i leur nombre par unité de volume et q_i leur charge.

On définit les **lignes de courant** orientées, pour lesquelles la tangente a pour direction et sens ceux de $\overrightarrow{j}$, et les **tubes de courant** qui sont des surfaces engendrées par les lignes de courant.

L'intensité du courant traversant une surface S est :

$$I = \frac{\delta Q}{dt} = \iint \overrightarrow{j}.\overrightarrow{dS}$$

Selon la forme du conducteur, les courants peuvent être modélisés par des courants surfaciques ($I = \int \overrightarrow{j_S}.\overrightarrow{dr}$) si une des dimensions est très petite devant les autres ou des courants filiformes si la section du conducteur est très petite devant sa longueur. Ainsi selon la modélisation choisie :

$$\iiint \overrightarrow{j}.d\tau \Longleftrightarrow \iint \overrightarrow{j_S}.dS \Longleftrightarrow \int I.\overrightarrow{dl}$$

II. Loi de conservation de la charge

Elle se traduit par l'équation locale

$$div(\overrightarrow{j}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

où ρ est la densité de charges totale (porteurs fixes et mobiles)

En régime permanent, $\overrightarrow{j}$ est à flux conservatif : $div(\overrightarrow{j}) = 0$ et $\oiint \overrightarrow{j}.\overrightarrow{dS} = 0$.

III. Champ électromagnétique

III.1. L'interaction électromagnétique

L'interaction entre charges fixes ou en mouvement est décrite en terme de champ électromagnétique. L'interaction électromagnétique

- ne nécessite pas l'existence d'un milieu matériel entre les charges
- n'est pas instantanée
- est associée à un transfert énergétique.

L'électrostatique concerne l'action d'une distribution de charges fixes sur d'autres charges mobiles ou fixes.

La magnétostatique concerne l'action d'une distribution de charges en régime permanent (courant indépendant du temps) sur d'autres charges.

III.2. Action d'un champ électromagnétique sur la matière

L'action d'un champ électromagnétique sur une charge q de vitesse $\overrightarrow{V}$ dans le référentiel d'étude est donnée par la force de Lorentz:

$$\overrightarrow{f} = q(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{V} \wedge \overrightarrow{B})$$

On en déduit la puissance fournie à un élément de volume $d\tau$ par un champ électromagnétique :
$dP = \overrightarrow{j}.\overrightarrow{E}\ d\tau$, c'est-à-dire une puissance volumique (en W.m^{-3}) :

$$p_V = \overrightarrow{j}.\overrightarrow{E}$$

Attention à ne pas confondre la force de Lorentz, qui s'exerce sur une charge, et la force de Laplace, qui s'exerce sur un conducteur parcouru par un courant. À connaître : les expressions de la force de Laplace volumique ($\overrightarrow{d^3F}_L = \overrightarrow{j}\, d^3\tau \wedge \overrightarrow{B}$) et linéique ($\overrightarrow{dF}_L = I\,\overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{B}$) , l'effet Hall.

3. Cas des milieux ohmiques

Pour un tel milieu, la loi d'Ohm locale s'applique :

$$\overrightarrow{j} = \gamma \overrightarrow{E}$$

γ est la conductivité en S.m^{-1}. La puissance fournie à un élément de volume $d^3\tau$ par un champ électromagnétique: $p_V = \gamma E^2 = \frac{j^2}{\gamma}$.

Pour un tel milieu, on démontre que : $V_1 - V_2 = RI$. Pour un barreau de section S, de longueur ℓ :

$$R = \frac{1}{\gamma}\frac{\ell}{S}$$

<u>Ordres de grandeur</u>:

- Métaux
  - nombre de porteurs de charge par m^3 : $n \sim 10^{29} m^{-3}$, temps de relaxation du milieu: $\tau \sim 10^{-14} s$, vitesse d'ensemble : $v \sim 10^{-5} m.s^{-1}$
  - conductivité des métaux $\gamma \sim 10^7$ S/m.

- Semi-conducteurs intrinsèques. Leur conductivité dépend beaucoup de la température. À 300 K :
  Silicium $\gamma = 4.10^{-4}$ S/m
  Germanium $\gamma = 2.$ S/m.