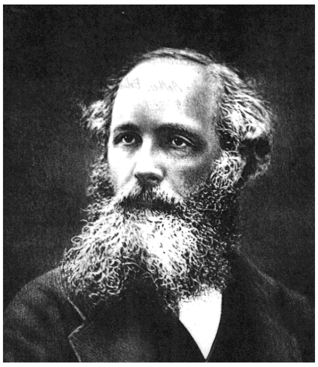
8. Electromagnétisme : Equations de Maxwell (programme 4.3,4.4)



James Clerk **Maxwell** Edimbourg 1831-Cambridge 1879

Après des études de droit, il s'oriente vers la physique. A 25 ans il est nommé professeur à Aberdeen. Il travaille d'abord sur la vision en couleurs et obtient en 1861 la première photographie en couleurs. De 1865 à 1873 il rédige son traité d'électricité et de magnétisme. Il note l'incompatibilité du théorème d'Ampère et de la conservation de la charge et ajoute au théorème d'Ampère le terme de " déplacement ". En 1865 il présente une vision globale et cohérente de l'électromagnétisme. La confirmation expérimentale viendra avec Hertz en 1888. Il a aussi travaillé en thermodynamique : on lui doit la formule qui donne la distribution des énergies cinétiques ainsi que des contributions sur la viscosité et la conductibilité thermique des gaz.

Equations de Maxwell en électromagnétisme

Relations de Maxwell en thermodynamique (relations entre dérivées partielles de fonctions d'état)

Distribution de Maxwell (distribution des énergies cinétiques des molécules de gaz en fonction de la température)

I. Equations de Maxwell (1864)

Il s'agit des équations locales qui relient le champ électromagnétique à ses sources

- Maxwell-Gauss

$div(\overrightarrow{E}) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \Longleftrightarrow \qquad \oiint \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{1}{\varepsilon_0} \iiint \rho.d\tau$

- Maxwell-flux de $\overrightarrow{B}$

$div(\overrightarrow{B}) = 0 \qquad \Longleftrightarrow \qquad \oiint \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dS} = 0$

- Maxwell-Faraday

$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{E}) = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} \qquad \Longleftrightarrow \oint \overrightarrow{E}.\overrightarrow{dl} = -\frac{d}{dt} \iint \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dS}$

- Maxwel-Ampère

$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{B}) = \mu_0(\overrightarrow{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}) \Longleftrightarrow \qquad \oint \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dl} = \mu_0(\iint (\overrightarrow{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}).\overrightarrow{dS}$

Les équations de Maxwell étant linéaires, on obtient le **théorème de superposition**.

L'équation de conservation de la charge est contenue dans les équations de Maxwell.

Les équations de Maxwell sont valables dans tous les référentiels, et compatibles avec la relativité restreinte (mais pas avec la mécanique classique).

Dans le cas de modélisations surfaciques, le passage à la limite des équations de Maxwell fournissent les relations de passage (non exigibles) de $\overrightarrow{E}$ à la traversée d'une surface chargée séparant deux milieux 1 et 2.

$$\overrightarrow{E_2} - \overrightarrow{E}_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \overrightarrow{n_{12}}$$

et les relations de passage de $\overrightarrow{B}$ à la traversée d'une nappe de courant séparant deux milieux 1 et 2

$$\overrightarrow{B_2} - \overrightarrow{B}_1 = \mu_0 \overrightarrow{j_S} \wedge \overrightarrow{n_{12}}$$

II. Energie électromagnétique

Pour un volume V donné limité par une surface fermée S, la perte d'énergie électromagnétique contenue dans V est égale à la somme de l'énergie dissipée par le milieu à l'intérieur de V et de l'énergie rayonnée à travers la surface S.

En définissant la densité volumique d'énergie (en J.m^{-3})

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

et le vecteur de Poynting (en Watt.m^{-2})

$$\overrightarrow{\Pi} = \frac{\overrightarrow{E}\Lambda\overrightarrow{B}}{\mu_0}$$

on obtient l'équation de conservation de l'énergie ou équation de Poynting

$$-\frac{\partial u}{\partial t} = \overrightarrow{j}.\overrightarrow{E} + div(\overrightarrow{\Pi})$$

Le flux du vecteur de Poynting à travers une surface S représente la puissance transportée à travers cette surface.

III. ARQS

Le temps de propagation des champs est négligeable devant le temps caractéristique d'évolution des sources.

Equations de Maxwell dans l'ARQS:

- $div(\overrightarrow{E}) = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$ $\qquad div(\overrightarrow{B}) = 0$
- $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{E}) = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$ $\qquad \overrightarrow{rot}(\overrightarrow{B}) = \mu_0 \overrightarrow{j}$

Validité de l'ARQS

- dans le vide pour des signaux sinusoïdaux sur des distances d:

  - à 50Hz d<<10^6m

  - à 1MHz d<<10^2m

Flux énergétiques moyens
Flux solaire: 1 kW.m^{-2}
Flux d'un LASER de lycée: 1mW à 1W par m^2