Hypothèse : on néglige l'autoinduction.

Si on considère un échelon parfait, il ne se passe rien. En réalité il y a une augmentation progressive, sur une durée très courte τ.

Phase 1 : le champ augmente, on peut considérer les barres comme ayant très peu bougé pendant le temps très bref de l'instauration du champ.

Dans la dérivée du flux, $\frac{d}{dt}(dB\ell) = d\dot{B}\ell + dB\dot{\ell} \simeq d\dot{B}\ell$. D'où la fem $e = -d\dot{B}\ell$ et l'équation électrique

$$Ri = -d\dot{B}2x_0$$

On suppose que les rails sont des conducteurs parfaits, et on écrit les équations mécaniques pour les deux barres (barre 1 à gauche), le circuit étant orienté pour avoir sa normale dans le sens de (Oz). On applique le pfd en projection sur (Ox) :

$\begin{cases} m\dot{v_2} = idB = -\frac{d^2 2x_0}{R} B\dot{B} \\ m\dot{v_1} = -idB = \frac{d^2 2x_0}{R} B\dot{B} \end{cases}$ d'où $\begin{cases} v_2(\tau) = -\frac{d^2 x_0}{mR} B^2 \\ v_1(\tau) = \frac{d^2 x_0}{mR} B^2 \end{cases}$ Les deux barres acquièrent une vitesse dirigée l'une vers l'autre (normal, pour que les effets de l'induction s'opposent à l'augmentation du flux).

Phase 2 : Le champ est établi et ne varie plus, mais les barres ont acquis une vitesse. Cette fois $e = -\frac{d}{dt}(dB\ell) = -dB\dot{\ell} \simeq -dB(\dot{x_2} - \dot{x_1})$. L'équation électrique s'écrit :

$$Ri = -dB(\dot{x_2} - \dot{x_1})$$

Les équations mécaniques sont :

$\begin{cases} m\dot{v_2} = idB = -\frac{d^2}{R} B^2(\dot{x_2} - \dot{x_1}) \\ m\dot{v_1} = -idB = \frac{d^2}{R} B^2(\dot{x_2} - \dot{x_1}) \end{cases}$ soit $\begin{cases} m\dot{v_2} = -\frac{d^2}{R} B^2(v_2 - v_1) \\ m\dot{v_1} = -idB = -\frac{d^2}{R} B^2(v_2 - v_1) \end{cases}$

D'où $v_1 + v_2 = v_1(\tau) + v_2(\tau) = 0$

$(\dot{v_2} - \dot{v_1}) + \frac{d^2 B^2}{mR}(v_2 - v_1) = 0.$

Posons $\tau_1 = \frac{mR}{d^2 B^2}$.

$v_2 - v_1 = -\frac{2d^2 x_0}{mR} B^2 \exp\left(-(t-\tau)/\tau_1\right)$. On obtient les vitesses par demi-somme et demi-différence. Pendant cette phase (la seule observable car τtrès petit) :

$v_2(t) = -\frac{d^2 x_0}{mR} B^2 \exp\left(-(t-\tau)/\tau_1\right)$ et $v_1(t) = \frac{d^2 x_0}{R} B^2 \exp\left(-(t-\tau)/\tau_1\right)$

Les barres partent l'une vers l'autre, puis leur vitesse décroit exponentiellement avec le temps (on pourrait discuter si elles entrent en collision ou pas, en intégrant pour trouver les positions).