
D'après X MP 2012

0. Rappeler les équations de Maxwell. Quel est l'analogie des équations de Maxwell de l'électrostatique pour le champ gravitationnel ?

1. Nous supposons, de même qu'il existe un champ magnétique, il existe un champ gravito-magnétique \vec{h} couplé au champ gravitationnel \vec{g} selon les équations

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \vec{g} &= \frac{\rho}{\varepsilon_g} & \operatorname{div} \vec{h} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{g} &= -\frac{\partial \vec{h}}{\partial t} & \operatorname{rot} \vec{h} &= \mu_g \left(\vec{j} + \varepsilon_g \frac{\partial \vec{g}}{\partial t} \right)\end{aligned}$$

où ρ est la masse volumique et $\vec{j} = \rho \vec{v}$ désigne le vecteur densité de courant de masse, \vec{v} étant la vitesse de la matière au point considéré.

Préciser ε_g . Quelle est la dimension de \vec{h} ? Dédurre des équations l'équation de conservation de la masse.

2. Montrer que le champ gravitationnel dans le vide est solution d'une équation de propagation. On suppose que la vitesse de propagation de ces ondes gravitationnelles est égale à c . En déduire l'expression de μ_g en fonction de ε_g et c .

3. Par analogie avec l'électromagnétisme, donnez l'expression de la force de Lorentz due à \vec{g} et \vec{h} s'exerçant sur une masse m .

4. Exprimer la force gravitationnelle \vec{F}_g exercée par unité de longueur entre deux fils rectilignes infinis identiques et parallèles, immobiles, de masse linéique λ , séparés par une distance d (on précisera les arguments de symétrie qui permettent de simplifier le calcul)

5. Exprimer la force gravitomagnétique \vec{F}_h par unité de longueur entre deux fils rectilignes identiques et parallèles, en mouvement uniforme à la même vitesse \vec{v} parallèle à leur direction et séparés par une distance d .

Quelle est l'importance relative des effets gravitomagnétiques pour des vitesses ordinaires ? Que se passe-t-il si on inverse le sens de la vitesse de l'un des fils ?

6. On s'intéresse maintenant à l'action d'un champ gravitomagnétique sur un gyroscope.

On considère une spire circulaire de masse m et de rayon R en rotation uniforme à la vitesse angulaire $\vec{\omega}$ autour de l'axe perpendiculaire à son plan et passant par son centre. Montrer que son moment gravitomagnétique $\vec{M}_{g,O}$ est proportionnel à son moment cinétique $\vec{\sigma}_O$. On supposera cette relation de proportionnalité générale.

On considère un gyroscope de moment cinétique $\vec{\sigma}_O$ placé dans un champ gravitomagnétique \vec{h} uniforme et constant. Dédurre par analogie l'équation vérifiée de $\vec{\sigma}_O$, et son évolution temporelle.