

0. Cours,  $\vec{g}$  obéit aux équations analogues à celles vérifiées par le champ électrostatique :  $\text{div} \vec{g} = -4\pi\mathcal{G}\rho$ , où  $\rho$  est la masse volumique et

$$\text{rot} \vec{g} = \vec{0}$$

1.  $\varepsilon_g = \frac{-1}{4\pi\mathcal{G}}$  et  $\text{rot} \vec{g} = -\frac{\partial \vec{h}}{\partial t}$  indique que  $[\vec{h}] = T^{-1}$

2. Même démonstration qu'en électromagnétisme  $\Delta \vec{g} - \varepsilon_g \mu_g \frac{\partial^2 \vec{g}}{\partial t^2} = \vec{0}$ , d'où  $\varepsilon_g \mu_g c^2 = 1$  et donc  $\mu_g < 0$ .

$$3. \vec{f} = m \left( \vec{g} + \vec{v} \wedge \vec{h} \right)$$

4. On calcule le champ gravitationnel créé par le fil : même calcul très classique qu'en électrostatique, ne pas oublier symétries, paramètres d'espace, puis choix de la surface de Gauss.

$\vec{g} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_g r} \vec{u}_r$ . La force exercée sur  $d\vec{l}$  est  $d\vec{F}_g = \lambda dl \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_g d} \vec{u}_r$ , soit par unité de longueur  $\vec{F}_g = \frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_g d} \vec{u}_r$ , c'est une force attractive  $\varepsilon_g < 0$ .

5. On calcule le champ gravitomagnétique créé par le fil : même calcul classique qu'en magnétostatique, ne pas oublier symétries, paramètres d'espace, puis choix du contour d'Ampère circulaire ayant pour axe le fil.

$$\vec{h} = \frac{\mu_g \lambda v}{2\pi r} \vec{u}_\theta$$

La force exercée sur  $d\vec{l}$  est  $d\vec{F}_h = \lambda dl \vec{v} \wedge \frac{\mu_g \lambda v}{2\pi d} \vec{u}_\theta = -\frac{\mu_g \lambda^2 v^2 dl}{2\pi d} \vec{u}_r$ , soit par unité de longueur  $\vec{F}_h = -\frac{\mu_g \lambda^2 v^2}{2\pi d} \vec{u}_r$ , c'est une force répulsive.

La force totale est  $\vec{F} = \frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_g d} \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \vec{u}_r$ . On retrouve le facteur  $\frac{v^2}{c^2}$  entre les deux forces. A priori  $\left\| \frac{\vec{F}_h}{\vec{F}_g} \right\| \ll 1$  pour les vitesses usuelles.

Si les deux fils se déplacent en sens inverses, la force gravitationnelle ne change pas et la force gravitomagnétique change de sens.

6. Par analogie  $\vec{M}_{g,O} = I_m \pi R^2 \vec{u}_z$  où le courant de masse  $I_m = m/T = \frac{m\omega}{2\pi}$ . Soit

$$\vec{M}_{g,O} = m\omega^2 R^2 / 2 \vec{u}_z.$$

Le moment cinétique de la spire par rapport à son centre est  $\vec{\sigma}_0 = J\omega \vec{u}_z = mR^2 \omega \vec{u}_z$ . D'où  $\vec{M}_{g,O} = \vec{\sigma}_0 / 2$ .

On applique le théorème du moment cinétique, le couple exercé sur le gyroscope étant par analogie avec le cas magnétique égal à  $\vec{C} = \vec{M}_{g,O} \wedge \vec{h}$ . D'où :

$$\frac{d\vec{\sigma}_0}{dt} = \frac{1}{2} \vec{\sigma}_0 \wedge \vec{h}$$