1. $i(t) = -\frac{dQ}{dt}$. Il y a symétrie par rotation autour de (Oz) et par translation parallèlement à (Oz) (cylindre très long). Le vecteur densité de courant est radial par symétrie. D'où en négligeant les effets de bord, et en coordonnées cylindriques $i(t) = \iint \overrightarrow{j}.\overrightarrow{d^2S} = j(r)2\pi rh$ et

$$\overrightarrow{j}(M,t) = \frac{i}{2\pi rh}\overrightarrow{u_r}$$

2. Sur un élément de volume $d^3\tau$ s'exerce une force de Laplace $d^3\overrightarrow{F} = \overrightarrow{j}d^3\tau \wedge \overrightarrow{B} = -\frac{i}{2\pi rh}Bd^3\tau\overrightarrow{u_\theta}$. Le moment de cette force qui s'exerce à la distance $r$de l'axe , calculé par rapport à l'axe du condensateur est $dM_z = -\frac{i}{2\pi h}Bd^3\tau$, d'où un moment toal des forces de Laplace :

$M_z = -\frac{i}{2\pi h}B\pi h\left(b^2 - a^2\right) = -\frac{i}{2}B\left(b^2 - a^2\right)$.

Le condensateur est soumis dans le référentiel galiléen d'étude à

- son poids de moment nul par rapport à l'axe où se trouve le centre d'inertie

- les actions d'axe de moment nul ccar pas de frottements

le moment des forces de laplace.

Le théorème du moment cinétique projeté sur l'axe donne donc $J\frac{d\omega}{dt} = -\frac{i}{2}B\left(b^2 - a^2\right)$. En intégrant entre l'instant initial et l'instant final (quand la vitesse finale est atteinte, I.e. quand le condensateur est déchargé)

$J\omega_0 = -\frac{1}{2}B\left(b^2 - a^2\right)\int_0^{t_f} i.dt = \frac{-Q_0}{2}B\left(b^2 - a^2\right)$. Soit

$$\omega_0 = -\frac{Q_0}{2J}B\left(b^2 - a^2\right)$$

3. $\left[\overrightarrow{d^3P}\right] \equiv \left[\varepsilon_0\overrightarrow{E} \wedge \overrightarrow{B}d^3\tau\right]$. On sait avec le vecteur de Poyniting que $\left[\frac{\overrightarrow{E}\wedge\overrightarrow{B}}{\mu_0}\right] \equiv M.T^{-3}$ (en Watt.m$^{-2)}$). Donc $\left[\varepsilon_0\overrightarrow{E} \wedge \overrightarrow{B}\right] \equiv M.L^{-2}.T^{-1}$ et $\left[\overrightarrow{dP}\right] \equiv M.L.T^{-1}$, comme une quantité de mouvement. On calcule le moment cinétique correspondant :

$\overrightarrow{L_0} = \iiint_{entrelesarmatures}\overrightarrow{OM} \wedge \overrightarrow{d^3P} = \iiint_{entrelesarmatures} r\overrightarrow{u_r} \wedge \overrightarrow{d^3P}$.

Pour calculer le champ électrique, on utilise le théorème de Gauss en considérant que le champ électrique est radial (paramètres d'espace, application du théorème de Gauss,..) : $\overrightarrow{E} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 rh}\overrightarrow{u_r}$.

D'où $\overrightarrow{L_0}(t=0) = -\int_a^b \frac{rQ_0}{2\pi rh}.B.2\pi rdr\overrightarrow{u_z} = -Q_0B\frac{b^2-a^2}{2}\overrightarrow{u_z}$.

On voit qu'il y a eu transfert sans perte de moment cinétique depuis le champ vers le système mécanique.