
D'après écrit X

Les planètes telluriques telles que Mars ou la Terre se sont formées par la condensation de nuages de poussières sous l'effet de l'interaction gravitationnelle, au cours d'un processus dit d'accrétion.

1. Une planète supposée ponctuelle et de masse M est immobile dans le vide à l'origine O d'un référentiel galiléen. Un point matériel de masse m arrive de l'infini avec une vitesse initiale \vec{V}_0 , de norme V_0 . On définit $b = L/(mV_0)$, où L est le moment cinétique en O de la masse m . Donner l'interprétation géométrique de b .
2. On note G la constante newtonienne de gravitation. On suppose $m \ll M$, de telle sorte que la masse M reste pratiquement immobile. Quelle est la nature de la trajectoire de la masse m ? Soit r_{min} sa distance minimale d'approche à l'origine. Exprimer b en fonction de r_{min} , V_0 , G et M .
3. La planète de masse M n'est plus ponctuelle mais est assimilée à une sphère homogène de rayon R . Exprimer la vitesse de libération V_1 en fonction de G , M et R . Montrer que la masse m arrivant de l'infini heurte la planète si $b^2 < R^2 \left(1 + \left(\frac{V_1}{V_0}\right)^2\right)$.
4. L'univers entourant la planète est constitué, à grande distance de celle-ci, d'un grand nombre de points matériels de masse m , répartis aléatoirement et ayant tous la même vitesse \vec{V}_0 . On note n la densité volumique de points matériels (nombre par unité de volume). Exprimer le nombre moyen de points matériels heurtant la surface de la planète par unité de temps en fonction de n , V_0 , R , G et M .
5. Les points matériels heurtant la planète s'y écrasent, augmentant ainsi sa masse. On suppose également que la planète reste sphérique, de masse volumique ρ constante, de telle sorte que son rayon augmente. Donner l'expression de la vitesse d'accrétion dR/dt en fonction de n , V_0 , R , G , ρ et m . Analyser l'évolution de R pour $V_0 \ll V_1$ puis $V_0 \gg V_1$. Expliquer pourquoi on parle, pour ce processus, de focalisation gravitationnelle ainsi que d'accrétion galopante.
6. Soient deux planètes immobiles de masses M_1 et M_2 , à grande distance l'une de l'autre, de même masse volumique ρ et subissant toutes deux le processus d'accrétion décrit ci-dessus. Initialement $M_1 > M_2$; montrer que dans le cas de l'accrétion galopante, le rapport M_1/M_2 augmente au cours du temps. Commenter.