
Exprimons l'énergie mécanique du fluide en prenant comme origine des énergies potentielles la situation au repos.

Le fluide étant incompressible, la vitesse a même norme en tout point du fluide : $v = |\dot{z}_A| = |\dot{z}_B|$

$$E_c = \frac{1}{2}\rho SL\dot{z}_A^2$$

Sur le schéma, l'énergie potentielle de pesanteur supplémentaire de la partie de droite situé au-dessus de $z = 0$ est $\rho S z_A g \frac{z_A}{2}$, le centre de gravité de cette partie étant en $z_A/2$.

De même, il faut soustraire à l'énergie potentielle totale, l'énergie potentielle du fluide qui occuperait la zone situé en-dessous de $z = 0$, soit $\rho S z_A g \frac{z_B}{2}$ (même volume car le fluide est incompressible).

$$\text{Donc } E_p = \rho g S z_A \frac{z_A}{2} - \rho g S z_A \frac{z_B}{2} = \rho g S z_A^2$$

Le travail des forces de pression exercées sur les deux interfaces se compensent puisque les vitesses des deux interfaces sont opposées.

En négligeant tout phénomène dissipatif, on obtient donc conservation de l'énergie mécanique :

$$E_m = \frac{1}{2}\rho SL\dot{z}_A^2 + \rho g S z_A^2 \text{ constante.}$$

En dérivant pour $\dot{z}_A \neq 0$,

$$L\ddot{z}_A + 2gz_A = 0$$

C'est l'équation d'un oscillateur harmonique de période $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$.