1) Les positions des deux murs sont repérées par $x_1 = 0$ et $x_2 = \ell = \ell_0 - Vt$ dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}$du laboratoire.

Soit $\overrightarrow{v}$ la vitesse de la balle de norme v. Lors d'un rebond sur le mur fixe 1, la vitesse de la balle change de sens, son module est inchangé et l'énergie cinétique est inchangée.

Lors d'un rebond sur le mur mobile 2, on se ramène au problème précédent dans le référentiel $\mathcal{R}'$ où le mur 2 est fixe et qui se déplace à $\overrightarrow{V}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} = -V\overrightarrow{u_x}$ par rapport à $\mathcal{R}$:

Avant le choc, $\overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}\rfloor_{avant} = v_{avant}\overrightarrow{u_x}$, $\overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}\rfloor_{après} = -v_{après}\overrightarrow{u_x}$ où v_{avant} et $v_{après}$ sont les normes des vitesses.

$\overrightarrow{v_{\mathcal{R}'}}\rfloor_{après} = -\overrightarrow{v_{\mathcal{R}'}}\rfloor_{avant}$, d'où $\overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}\rfloor_{après} - \overrightarrow{V}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}} = -\left[\overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}\rfloor_{avant} - \overrightarrow{V}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}}\right]$, soit

$\overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}\rfloor_{après} = -\overrightarrow{v_{\mathcal{R}}}\rfloor_{avant} - 2V\overrightarrow{u_x}$, soit $v_{après} = v_{avant} + 2V$, l'énergie cinétique de la balle augmente au cours du temps.

Comme $V \ll v$, le temps d'évolution de v est faible devant la durée d'un aller-retour entre les murs $\tau = 2\ell/v$. Ainsi

$\frac{dv}{dt} \simeq \frac{2V}{\tau} = \frac{V}{\ell}v = -\frac{1}{\ell}\frac{d\ell}{dt}v.$

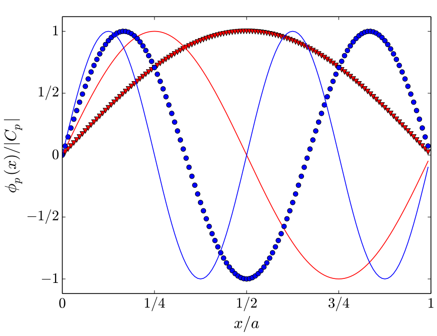
Avec $\frac{dE_c}{dt} = mv\frac{dv}{dt} = 2\frac{E_c}{v}\frac{dv}{dt}$,

$$\frac{1}{E_c}\frac{dE_c}{dt} = -\frac{2}{\ell}\frac{d\ell}{dt}$$

2) Dans le cours, on détermine les niveaux d'énergie et les fonctions d'onde des états stationnaires d'un puits infini de largeur ℓ solutions de l'équation de Schrödinger indépendante du temps

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}(x) = E\phi(x).$$

Les solutions sont indicées par $n \in \mathbb{N}^*$, $E_n = n^2\frac{\hbar^2\pi^2}{2m\ell^2}$, et $\phi_n(x) = C_n \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right)$ avec $|C_n| = \sqrt{2/\ell}$.



Solutions stationnaires $\phi_n(x)/\left|C_n\right|$ pour $n = \{1, 2, 3, 4\}$.

L'énergie de l'état n est $E_n = n^2\frac{\hbar^2\pi^2}{2m\ell^2}$.

On vérifie la relation donnant la variation de l'énergie en fonction du temps (l'énergie potentielle est nulle) pour $n = 1$: $\frac{dE}{dt} = -2\frac{\hbar^2\pi^2}{2m\ell^3}\frac{d\ell}{dt}$, ce qui donne

$$\frac{1}{E}\frac{dE}{dt} = -\frac{2}{\ell}\frac{d\ell}{dt}$$

(valable pour n quelconque)