

On considère deux pendules constitués de deux tiges homogènes de masses m_1 et m_2 , de même longueur ℓ , dont les points d'attache O_1 et O_2 , fixes, sont sur l'axe (Ox) horizontal et distants de a_0 . On étudie les mouvements des pendules dans le plan vertical (xOz) . Les extrémités mobiles des pendules sont reliées par un ressort de longueur à vide a_0 , de raideur k , de masse négligeable. On donne le moment d'inertie d'une barre homogène par rapport à un axe passant par son extrémité et perpendiculaire à la barre $J = m\frac{\ell^2}{3}$

1. Etudier les équations du mouvement pour les **petits** mouvements des pendules $\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$.
2. Est-il possible qu'il existe des modes propres (mouvements oscillants sinusoïdaux de même pulsation pour les deux pendules) ? Étudier le cas $m_1 = m_2$, et montrer que la solution générale du mouvement est la superposition des mouvements correspondant aux modes propres.

