1. $\overrightarrow{F} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\overrightarrow{u_r}$

2. En référentiel supposé galiléen, le théorème de la quantité de mouvement appliqué à l'électron donne : $m_e\frac{d\overrightarrow{V}}{dt} = \overrightarrow{F}$. Par projection sur $\overrightarrow{u_r}$ et $\overrightarrow{u_\theta}$

$\Longrightarrow \begin{cases} m_e\frac{v^2}{r} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \\ m_e\frac{dv}{dt} = 0 \end{cases}$. D'où

$$v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi m_e\varepsilon_0 r}}.$$

3. $dE_P = -\overrightarrow{F}.\overrightarrow{dOM} \Longrightarrow$

$$E_P = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

qui donne la relation $E_C = \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} = -E_P/2$.

4. $\overrightarrow{L} = \overrightarrow{OM} \wedge m_e\overrightarrow{V} = r\overrightarrow{u_r} \wedge m_e v\overrightarrow{u_\theta}$, d'où

$$L = \sqrt{\frac{m_e r e^2}{4\pi\varepsilon_0}}.$$

5. $L = n\hbar \Longrightarrow r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}n^2$. Le rayon de Bohr est donc

$$a_B = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2}.$$

6. $E_n = E_C + E_P = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_B n^2}$. Donc $E_n = -\frac{R_y}{n^2}$ avec

$$R_y = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_B} = \frac{m_e e^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}$$

7. $n \geq 1$, donc a_B est le plus petit rayon orbital.

A.N. : $a_B = 52{,}9$ pm, $R_y = 13,6$ eV

8. $E_n = E_C + E_P = -E_C = -\frac{1}{2}m_e v_n^2$. D'où

$$v_n = \sqrt{\frac{2R_y}{m_e n^2}}.$$

A.N. $v_1 = 2,19.10^6$m/s . Le mouvement de l'électron est non relativiste (la vitesse est inférieure à $c/100$).