

---

D'après écrit X PC

Le terme “statite” est un mot-valise formé à partir de “statique” et “satellite”, et désigne un vaisseau spatial gardant une distance constante avec la Terre et le Soleil. On suppose que la Terre est en mouvement circulaire uniforme autour du Soleil à la vitesse angulaire  $\omega$ . On se place dans le référentiel tournant à la vitesse angulaire  $\omega$  autour du Soleil, dans lequel la Terre et le Soleil sont tous deux immobiles, et on choisit dans ce référentiel un repère orthonormé  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , où  $O$  est le centre du Soleil,  $\vec{e}_x$  est dirigé du Soleil vers la Terre, et  $\vec{e}_z$  est perpendiculaire au plan de révolution de la Terre. La masse  $M_T$  de la Terre étant très petite devant la masse  $M$  du Soleil, on considérera que le centre de gravité du système Terre-Soleil est en  $O$ . On considère un satellite de masse  $m$  placé au voisinage de la Terre en un point A de coordonnées  $(x, y, z)$ . On pose  $x = D + x'$ , où  $D$  est la distance Terre-Soleil, et on suppose  $x', y, z$  très petits devant  $D$ .

1. Écrire la résultante de la force centrifuge et de la force de gravitation solaire qui s'exercent sur le satellite. Exprimer  $\omega$  en fonction de  $G$ ,  $M$  et  $D$ , et développer la résultante à l'ordre 1 en  $x'/D, y/D, z/D$ .
2. Le satellite est soumis à l'action combinée de la force centrifuge et des forces de gravitation terrestre et solaire. Montrer qu'il existe deux positions d'équilibre sur l'axe  $Ox$ , situées de part et d'autre de la Terre à une distance  $d$  qu'on exprimera en fonction de  $D, M$  et  $M_T$ . On note L1 et L2 les points correspondants à ces positions d'équilibre, dits points de Lagrange. Par convention, L2 est le plus éloigné du Soleil. L'approximation faite à la question 1 est-elle valable aux points L1 et L2 ?
3. Application numérique : on donne  $M_T/M = 3 \times 10^{-6}$ . Calculer  $d$ .
4. On n'impose plus que  $x'$  soit très petit devant  $D$ . Montrer qu'un troisième point de Lagrange est possible sur l'axe Soleil-Terre.