1.

- La force d'inertie centrifuge s'exerçant sur le satellite st $\overrightarrow{f_{ie}} = m\omega^2\overrightarrow{SA}$. La force de gravitation solaire exercée sur le satellite est $\overrightarrow{f_g} = -G\frac{mM}{SA^3}\overrightarrow{SA}$. La résultante en A est ainsi

$$\overrightarrow{R} = m\omega^2\overrightarrow{SA} - G\frac{mM}{SA^3}\overrightarrow{SA}$$

- Soit T le centre d'inertie de la Terre. La force d'inertie centrifuge est $\overrightarrow{F_{ie}} = M_T\omega^2\overrightarrow{ST}$. La force de gravitation solaire exercée sur la Terre est $\overrightarrow{F_g} = -G\frac{M_TM}{ST^3}\overrightarrow{ST}$.

La Terre est en équilibre dans le référentiel tournant sous l'action de ces deux forces, d'où : $M_T\omega^2\overrightarrow{ST} - G\frac{M_TM}{ST^3}\overrightarrow{ST} = \overrightarrow{0}$, d'où

$$\omega = \sqrt{\frac{GM}{ST^3}} = \sqrt{\frac{GM}{D^3}}$$

$\overrightarrow{R} = GmM\left[\frac{1}{D^3} - \frac{1}{\left[(D+x')^2+y^2+z^2\right]^{3/2}}\right][(D+x')\,\overrightarrow{u_x} + y\overrightarrow{u_y} + z\overrightarrow{u_z}]$.

$\overrightarrow{R} = GmM\left[\frac{1}{D^3}(1 - \left[\left(1+\frac{x'}{D}\right)^2 + \left(\frac{y}{D}\right)^2 + \left(\frac{z}{D}\right)^2\right]^{-3/2}\right][(D+x')\,\overrightarrow{u_x} + y\overrightarrow{u_y} + z\overrightarrow{u_z}]$. En se limitant à l'ordre 1 en $x'/D, y/D, z/D$:

$$\overrightarrow{R} = GmM\left[\frac{1}{D^3}(\frac{3x'}{D})\right][D\overrightarrow{u_x}] = GmM\frac{3x'}{D^3}\overrightarrow{u_x}$$

2. En restant dans le référentiel tournant, le satellite est soumis à $\overrightarrow{R}$ et à l'attraction gravitationnelle terrestre (on ne tient pas compte de la force de Coriolis car on cherche une position d'équilibre). À l'équilibre les deux forces se compensent. $\overrightarrow{R}$ étant portée par $\overrightarrow{u_x}$, cela impose que les positions d'équilibre sont sur l'axe (Ox) , et
$GmM\frac{3x'}{D^3}\overrightarrow{u_x} - \frac{GmM_T}{|x'|^3}x'\overrightarrow{u_x} = \overrightarrow{0}$, soit

$$d = |x'| = D\left(\frac{M_T}{M}\right)^{1/3}$$

La masse de la Terre est petite devant celle du Soleil : il est légitime de confondre le centre de masse de l'ensemble avec le centre de masse du Soleil.

3. Avec $D = 1,5.10^8$ de km, $d = 2,1.10^4$ km, petit devant D.

4. La force gravitationnelle exercée par la Terre doit être de sens contraire à $\overrightarrow{R}$. Il existe une possibilité d'équilibre pour un point situé de l'autre côté du Soleil par rapport à la Terre. L'attraction de la Terre étant faible par rapport à celle du Soleil, L_3 est pratiquement symétrique de T par rapport au soleil.