
D'après extrait X MP 2004

Un gaz ionisé (plasma) occupe le demi-espace $x > 0$, le demi-espace $x \leq 0$ étant vide. Ce gaz, composé d'ions et d'électrons, est localement neutre. La densité en ions et en électrons y est uniforme. Les ions, compte tenu de leur inertie, restent immobiles. Un dispositif non décrit ici engendre le champ magnétique dépendant du temps :

$$\begin{cases} \vec{B}(x, t) = B_0(t)\vec{u}_z & \text{pour } x \leq 0. \\ \vec{B}(x, t) = B(x, t)\vec{u}_z & \text{pour } x > 0. \end{cases}$$

Ce champ magnétique variable engendre un champ électrique qu'on supposera dirigé le long de (Oy) : $\vec{E}(x, t) = E(x, t)\vec{u}_y$. Le champ électrique accélère les électrons libres de masse m et charge $-e$ du plasma, dont on notera le champ des vitesses $\vec{v}(x, t)$. La densité n électronique est uniforme.

a) On admet que l'accélération d'un électron qui se trouve au point d'abscisse x à t est $\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$. Trouver trois relations reliant $\vec{B}(x, t)$, $\vec{E}(x, t)$ et $\vec{v}(x, t)$ dans le plasma.

b) Ecrire la condition aux limites vérifiée à l'interface vide-plasma en $x = 0$ en supposant la continuité du champ magnétique et du champ électrique (à justifier).

c) On considère que dans l'équation de Maxwell-Ampère, le courant de déplacement est très faible devant le courant volumique \vec{j} , et on néglige la partie magnétique de la force de Lorentz. Montrer alors que :

$$\frac{\partial^2 E(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\lambda^2} E(x, t).$$

Exprimer λ en fonction de c et de la pulsation plasma $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\epsilon_0}}$.

d) Exprimer $\vec{B}(x, t)$, $\vec{E}(x, t)$ et $\vec{v}(x, t)$ en tout point du demi-espace $x > 0$ à chaque instant en fonction de $B_0(t)$. En l'absence de sources stationnaires, on supprimera les constantes d'intégration correspondant à des champs stationnaires.

e) Evaluer la longueur caractéristique des variations spatiales des champs. $n = 10^{17} \text{ m}^{-3}$, $\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$, $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.