a) Principe fondamental de la dynamique appliqué à un électron : $m\frac{\partial \overrightarrow{v}}{\partial t} = -e\left[\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}\right]$.

Équation de Maxwell-Faraday : $\overrightarrow{\text{rot}}\left(\overrightarrow{E}\right) = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$.

Équation de Maxell-Ampère : $\overrightarrow{\text{rot}}\left(\overrightarrow{B}\right) = \mu_0\left[-ne\overrightarrow{v} + \varepsilon_0\frac{\partial \overrightarrow{E}}{\partial t}\right]$.

b) $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ peuvent présenter des discontinuités en cas de densité surfacique de charge et de courant surfacique, qui sont des modélisations de grandeurs volumiques dans un volume de très faible épaisseur. Ici le milieu est localement neutre et le courant volumique est explicitement décrit, il n'y a donc pas lieu de tenir compte de modélisations surfaciques.

c) Les électrons sont mis en mouvement par le champ électrique seul et

$\begin{cases} m\frac{\partial v}{\partial t} = -eE \\ \frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \\ \frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0 nev \end{cases}$. D'où $\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial B}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0 ne^2 v\right)$,

soit $\frac{\partial^2 E(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\lambda^2}E(x,t)$ avec $\lambda = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 ne^2}}$. En introduisant ω_p :

$$\lambda = \frac{c}{\omega_p}.$$

d) Le champ étant borné, l'équ. du c. se résout en $E(x,t) = A(t)\exp\left(-x/\lambda\right)$. En intégrant l'équation de Maxwell-Faraday : $B(x,t) = C(x) + D(t)\exp\left(-x/\lambda\right)$ avec $\dot{D}(t) = A(t)/\lambda$.

En supprimant la constante d'intégration stationnaire $C(x)$ comme indiqué, et avec la condition aux limites en $x = 0$:

$$B(x,t) = B_0(t)\exp\left(-x/\lambda\right).$$

$$E(x,t) = \lambda\dot{B}_0(t)\exp\left(-x/\lambda\right).$$

$$v(x,t) = -\frac{e\lambda}{m}B_0(t)\exp\left(-x/\lambda\right).$$

e) A.N. : $\lambda = 1,7$ cm. Les champs décroissent sur une distance caractéristique de l'ordre de quelques cm.

Remarque : à cause de la condition en $x = 0$, le champ électrique est non nul dans la région vide et en conséquence un champ magnétique avec une dépendance spatiale est engendré. On a supposé implictement que ce dernier était négligeable devant B_0.