1. Soit un point M quelconque de l'espace.

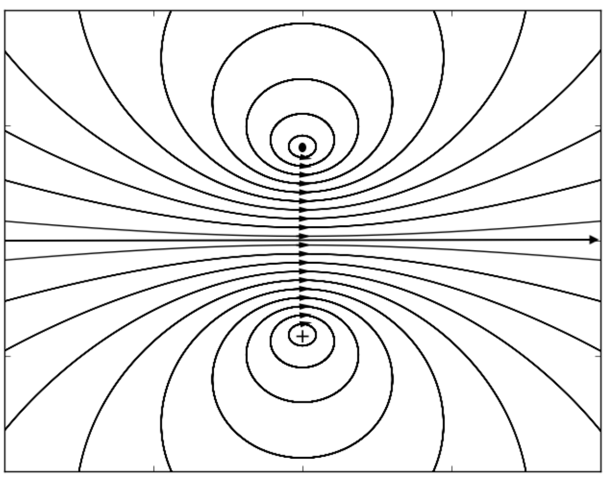
- Le plan contenant l'axe (Oz) et M est un plan d'antisymétrie de la distribution de courant. Donc $\overrightarrow{B}(M)$ est contenu dans ce plan. En utilisant la base locale cylindrique, cela impose que la composante orthoradiale B_θ est nulle.

Dans le cas particulier d'un point M sur l'axe, tous les plans contenant l'axe étant des plans d'antisymétrie de la distribution de courant, le champ $\overrightarrow{B}(M)$ est porté par l'intersection de tous ces plans, donc par l'axe lui-même.

- Le plan contenant la spire étant un plan de symétrie de la distribution de courant, les champs en deux points M et M' symétriques par rapport à ce plan, sont antisymétriques par rapport au plan : $\overrightarrow{B}(M') = -sym\left[\overrightarrow{B}(M)\right]$.

- Il y a invariance du problème par rotation autour de l'axe (Oz), donc $\left\|\overrightarrow{B(M)}\right\|$ ne dépend que des coordonnées cylindriques r, z.

Il y a continuité du champ dans les régions sans courant, ce qui permet de déduire l'orientation des lignes de champ, du champ sur l'axe (dont on suppose connue l'orientation vue en cours ou exercice). On vérifie aussi la compatibilité avec l'orientation des lignes de champ au voisinage des intersections de la spire et du plan de la figure, où le champ se comporte comme celui créé par des fils infinis.



2. $\alpha = \pi/2$, $\left\|\overrightarrow{B}\right\| = \frac{\mu_0 I}{2a} = 1,3.10^{-5}$ T, du même ordre de grandeur que le champ magnétique terrestre (composante horizontale 2.10^{-5}T)

3. Calcul du champ créé par le solénoïde en un point M quelconque. On se place en coordonnées cylindriques.

- Le plan contenant M et perpendiculaire à l'axe du solénoïde est un plan de symétrie de la distribution de courant. Donc $\overrightarrow{B_2}(M)$ lui est perpendiculaire.

- Il y a invariance du problème par rotation d'angle quelconque autour de l'axe (Oz) et par translation parallèlement à (Oz), $\left\|\overrightarrow{B_2}(M)\right\| = B_2(r)$

On admet que le champ très loin de l'axe tend vers 0, et on applique le théorème d'Ampère en utilisant un contour rectangulaire de longueur a selon l'axe (z), de largeur r, dont l'un des côtés est porté par l'axe du cylindre (Oz), l'autre côté qui lui est parallèle passant par M. Ce contour est orienté pour que la normale soit selon le vecteur $\overrightarrow{u_\theta}$ en M

$\oint_C \overrightarrow{B_2}.\overrightarrow{dl} = \mu_0 I_{enlacé} \Longrightarrow B_2(r)a = \mu_0 I_{enlacé}$

- $r \geq R_2$, $\overrightarrow{B_2} = \overrightarrow{0}$
- $r \leq R_1$, $\overrightarrow{B_2} = \mu_0 n I_2 \overrightarrow{u_z}$
- $R_2 \leq r \leq R_2$, le vecteur densité de courant supposé de norme uniforme est $\overrightarrow{j} = \frac{nI_2}{R_2 - R_1}\overrightarrow{u_\theta}$, d'où $B_2(r)a = \mu_0 j\left(r - R_1\right)a$ et $\overrightarrow{B_2} = \mu_0 n \frac{r-R_1}{R_2-R_1} I_2 \overrightarrow{u_z}$.

4. La spire est dans la région $r \leq R_1$, $\phi = \iint_{surfacespire} \overrightarrow{B_2}.\overrightarrow{d^2S} = \mu_0 n I_2 \pi a^2 \cos\theta$. On en déduit le coefficient de mutuelle inductance entre la spire et le solénoïde $M = \mu_0 n \pi a^2 \cos\theta$

5. Etant donnée la valeur de la fréquence, on peut se placer dans l'ARQS pour cette expérience qui se passe dans une salle de laboratoire. Il s'agit de deux circuits couplés (la spire et le solénoïde) qu'on étudie en RSF en utilisant les représentations complexes avec les notations habituelles.

$\begin{cases} 0 = r_1 \underline{i_1} + jM\omega \underline{i_2} \\ \underline{u_2} = r_2 \underline{i_2} + jL_2\omega \underline{i_2} + jM\omega \underline{i_1} \end{cases}$, ce qui donne

$$\underline{i_2} = \frac{\underline{u_2}}{r_2 + \frac{M^2\omega^2}{r_1} + jL_2\omega}$$

Soit $I_2(t) = \frac{u_m}{\sqrt{\left(r_2 + \frac{M^2\omega^2}{r_1}\right)^2 + (L_2\omega)^2}} \cos\left(\omega t - \varphi\right)$

où $\varphi = \arctan \frac{L_2\omega}{r_2 + \frac{M^2\omega^2}{r_1}}$