1) Le câble parcouru par un courant variable crèe un champ magnétique dépendant du temps, dont le flux à travers les bobines dépend du temps. Il s'agit d'induction de Neumann.

Une fém apparait dans les bobines, donc un courant induit apparait.

2) Faisons l'hypothèse que l'autoinduction est négligeable et que l'induction mutuelle entre les deux bobines est négligeable. Le champ créé par le câble est évalué dans l'ARQS au vu de la faible fréquence. On se place en coordonnées cylindriques r, θ, z pour repérer un point de l'espace.

Direction du champ en tout point de l'espace : le plan contenant l'axe du câble et un point M quelconque est plan de symétrie de la distribution de courant, donc $\overrightarrow{B}(M)$ est perpendiculaire à ce plan $\overrightarrow{B}(M) = B(M)\overrightarrow{u_\theta}$.

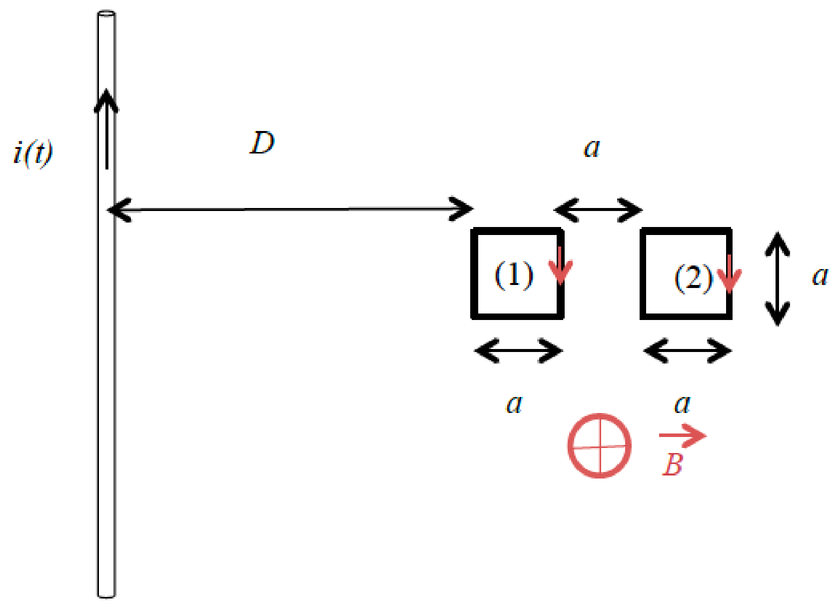
Pramètres d'espace de $\overrightarrow{B}$: il y a invariance de la distribution de courant par translation selon l'axe du fil (axe (Oz)) et par rotation autour de (Oz) ; donc $B(M)$ ne dépend que de r.

On applique le théorème d'Ampèreà un contour circulaire d'axe (Oz) passant par M.

$\oint \overrightarrow{B}.\overrightarrow{d\ell} = \mu_0 i_{enlacé}$, soit $B(M).2\pi r = \mu_0 i_{enlacé}$.

Pour M extérieur au câble, $i_{enlacé} = i(t)$, d'où

$$\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0 i(t)}{2\pi r}\overrightarrow{u_\theta}$$



Pour évaluer le flux de $\overrightarrow{B}$ à travers les bobines plates, il faut les orienter. L'orientation choisie ici est indiquée sur le schéma (vecteur surface selon $\overrightarrow{u_\theta}$).

Le flux à travers la bobine 1 est $\phi_1 = N\frac{\mu_0 i(t)}{2\pi r} a \ln\left(\frac{D+a}{D}\right)$; la fém induite $e_1 = -N\frac{\mu_0}{2\pi r} a \ln\left(\frac{D+a}{D}\right)\frac{di}{dt}$

Le flux à travers la bobine 2 est $\phi_2 = N\frac{\mu_0 i(t)}{2\pi r} a \ln\left(\frac{D+3a}{D+2a}\right)$; la fém induite $e_2 = -N\frac{\mu_0}{2\pi r} a \ln\left(\frac{D+3a}{D+2a}\right)\frac{di}{dt}$.

Les capteurs relèvent des valeurs efficaces, on se place en RSF.

$\underline{i_1} = \underline{e_1}/R = -j\omega N\frac{\mu_0}{2\pi R} a \ln\left(\frac{D+a}{D}\right)\underline{i}$ et $\underline{i_2} = \underline{e_2}/R = -j\omega N\frac{\mu_0}{2\pi R} a \ln\left(\frac{D+3a}{D+2a}\right)\underline{i}$. D'où

$i_{1,eff} = \omega N\frac{\mu_0}{2\pi R} a \ln\left(\frac{D+a}{D}\right) i_{eff}$ et $i_{2,eff} = \omega N\frac{\mu_0}{2\pi R} a \ln\left(\frac{D+3a}{D+2a}\right) i_{eff}$

Avec $\ln(1+x) \simeq x - x^2/2$ à l'ordre 2 en x : $\ln\left(\frac{D+a}{D}\right) \simeq \frac{a}{D} - \frac{1}{2}\left(\frac{a}{D}\right)^2$

$\ln\left(\frac{D+3a}{D+2a}\right) \simeq \frac{3a}{D} - \frac{9}{2}\left(\frac{a}{D}\right)^2 - \left[\frac{2a}{D} - \frac{4}{2}\left(\frac{a}{D}\right)^2\right] = \frac{a}{D} - \frac{5}{2}\left(\frac{a}{D}\right)^2$. D'où

$i_{1,eff} = \omega N \frac{\mu_0}{2\pi R} a \left[\frac{a}{D} - \frac{1}{2}\left(\frac{a}{D}\right)^2\right] i_{eff}$ et $i_{2,eff} = \omega N \frac{\mu_0}{2\pi R} a \left[\frac{a}{D} - \frac{5}{2}\left(\frac{a}{D}\right)^2\right] i_{eff}$

$i_{1,eff}/i_{2,eff} = \frac{1-\frac{1}{2}\left(\frac{a}{D}\right)}{1-\frac{5}{2}\left(\frac{a}{D}\right)} \simeq 1 + 2\frac{a}{D} \Longrightarrow \frac{a}{D} = \frac{1}{2}\left(\frac{i_{1,eff}}{i_{2,eff}} - 1\right)$ et

$$i_{eff} = i_{1,eff} / \left[\omega N \frac{\mu_0}{2\pi R} a \left[\frac{a}{D} - \frac{1}{2}\left(\frac{a}{D}\right)^2\right]\right]$$

A.N. $i_{eff} = 629$ A , ce qui est un courant très important.

3. Au vu de la valeur de la fréquence, on est largement dans les conditions de l'ARQS ($D \ll c/f$).

On a supposé le câble infini, il faut que D soit très petit devant la longueur du câble, et que les bobines ne soient pas situées près des extrémités du câble.

Comme déjà dit, on a supposé que l'autoinduction est négligeable et que l'induction mutuelle entre les deux bobines est négligeable. Etant données les valeurs respectives des courants, cela semble *a priori* justifié.

4. Il n'existe pas 'à ma connaissance) d'ampèremetre permettant de mesurer de tels courants.

Une pince ampèremétrique nécessite de pouvoir la placer autour du câble. Ici on peut mesurer le courant dans un câble inaccessible (par exemple un câble enterré), ou posé au fond de la mer (car une pince nécessiterait de bouger le câble).