L'eau est conductrice, on a ainsi un conducteur en mouvement en présence du champ magnétique terrestre horizontal $B_h \simeq 2.10^{-5}$ T. Il apparait un phénomène d'induction de Lorentz, qui conduit à l'apparition d'un courant induit dans le circuit. La loi de Faraday ne peut pas être utilisée simplement ici, on utilise un bilan auxiliaire de puissance.

Le courant est réparti uniformément entre les plaques. Orientons le “circuit” selon (Oz)

$I = \iint \overrightarrow{j}.\overrightarrow{dS} = ja^2$. Sur un élément de volume $d^3\tau$ s'exerce la force de Laplace $d^3\overrightarrow{F_L} = \overrightarrow{j} \wedge \overrightarrow{B}d^3\tau = -jB\overrightarrow{u}_x d^3\tau$. La force résultante est $\overrightarrow{F_L} = -jBa^2h\overrightarrow{u}_x = -IBh\overrightarrow{u}_x$. Comme la force est uniformément répartie, la puissance de la force de Laplace est simplement $P = \overrightarrow{F_L}.\overrightarrow{V_0} = -IBhV_0$.

Le bilan auxiliaire de puissance s'écrit $eI + P_L = 0$, d'où $e = BhV_0$.

La résistance de l'eau de mer entre les deux plaques est $r = \rho\frac{h}{a^2}$. On a ainsi un générateur de fem e, de résistance r.

2. Le circuit peut être modélisé par le générateur en série avec la résistance R. La puissance fournie à la résistance est $P = RI^2 = R\left(\frac{e}{r+R}\right)^2$. On cherche R telle que P soit maximale.

$P' = e^2\left[\frac{(r+R)^2 - R2(r+R)}{(r+R)^4}\right] = e^2\frac{r^2-R^2}{(r+R)^4}$. La valeur maximale de la puissance est obtenue pour $r = R$ et $P_{max} = \frac{e^2}{4r}$.

3. $P_{max} = \frac{hS(BV_0)^2}{4\rho}$. A.N. $P_{max} = 1,5.10^{-7}$W trop minuscule pour réchauffer le repas du naufragé.

4. $d^3\overrightarrow{F_L} = \overrightarrow{j} \wedge \overrightarrow{B}d^3\tau$ et $d^3\overrightarrow{F_P} = -\overrightarrow{\text{grad}}P.d^3\tau$ (à savoir redémontrer dans le cas o^ù la pression ne dépend que d'une coordonnée d'espace)

En négligeant tout phénomène de viscosité, comme la vitesse du fluide est uniforme, la somme des forces volumiques est nulle : $\overrightarrow{\text{grad}}P = \overrightarrow{j} \wedge \overrightarrow{B}$, d'où $\frac{dP}{dx} = -jB = -\frac{I}{S}B = -\frac{B^2V_0}{\rho}$.

$P(0) - P(a) = \frac{B^2V_0}{\rho}a$.

La puissance mécanique reçue est $P_{méca} = [P(0) - P(a)]\,haV_0 = \frac{B^2V_0^2}{\rho}hS$

Or on a déjà vu $P_L = eI$. Or d'après ce qui précède : $P_L = P_{méca}$, donc le rendement de ce générateur MHD est 1.