L'idée est d'utiliser le théorème de superposition : $\overrightarrow{B}$ est la superposition du champ $\overrightarrow{B_1}$ créé par un cylindre infini plein, de rayon R, d'axe (Ox), parcouru par $\overrightarrow{j}$, et du champ $\overrightarrow{B_2}$ créé par un cylindre infini plein, de rayon a, d'axe $(O'x)$, parcouru par $-\overrightarrow{j}$.

- Déterminons $\overrightarrow{B_1}$.

Les coordonnées adaptées à la symétrie du problème sont les coordonnées cylindriques. Soit $M\,(r, \theta, z)$ un point de l'espace, $\overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{u_r} + z\overrightarrow{u_z}$.

Direction de $\overrightarrow{B_1}\,(M)$: Le plan contenant M et (Oz) est plan de symétrie de la distribution de courant, donc $\overrightarrow{B_1}\,(M)$ est perpendiculaire à ce plan, $\overrightarrow{B_1}\,(M) = B_1(M)\overrightarrow{u_\theta}$.

Paramètres d'espace de $B_1(M)$: il y a invariance du problème par translation prallèlement à (Oz), donc $B_1(M)$ est indépendant de z, et par rotation autour de (Oz), donc $B(M)$ est indépendant de θ .

$$\overrightarrow{B_1}(M) = B_1(r)\overrightarrow{u_\theta}$$

.

On utilise le théorème d'Ampère en choisissant un contour circulaire d'axe (Oz), passant par M :

$\oint_C \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dl} = \mu_0 I_{enlacé}$, soit

d'une part $\int_C \overrightarrow{B}.\overrightarrow{dl} = \int_C B_1.dl = B_1(r)2\pi r$

d'autre part pour $r < R$ qui est le seul cas utile ici $I_{enlacé} = j\pi r^2$, d'où

$$\overrightarrow{B_1}(M) = \mu_0 j \frac{r}{2}\overrightarrow{u_\theta}$$

- Pour calculer $\overrightarrow{B_2}$ la démarche est la même. Attention r et $\overrightarrow{u_\theta}$ n'ont pas la même signification.
- On réécrit les champs

$$\overrightarrow{B_1}(M) = \mu_0 \frac{j}{2}\overrightarrow{u_z} \wedge \overrightarrow{OM}$$

$$\overrightarrow{B_2}(M) = -\mu_0 \frac{j}{2}\overrightarrow{u_z} \wedge \overrightarrow{O'M}$$

D'où $\overrightarrow{B}(M) = \mu_0 \frac{j}{2}\overrightarrow{u_z} \wedge (\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{O'M})$, soit :

$$\overrightarrow{B}(M) = \mu_0 \frac{j}{2}\overrightarrow{u_z} \wedge \overrightarrow{OO'}$$

Le champ est uniforme dans la cavité.