

Woher kommt die k_2 -Nullstelle?

Manfred Zollner

Nichtlineare Röhrenverzerrungen können sehr unterschiedliche Aussteuerungsabhängigkeiten aufweisen: einen fast monotonen Anstieg, aber auch eine oder sogar zwei Verzerrungsnullstellen. Genaue Analysen zeigen, dass schon sehr geringe Unterschiede in den Übertragungskennlinien reichen, um erhebliche Verzerrungsunterschiede zu produzieren. Im Folgenden wird der Mechanismus erläutert, der zur Ausbildung einer k_2 -Nullstelle führt.

Die Signalübertragung vom Gitter zur Anode einer Verstärkerröhre (z.B. 7025) ist nichtlinear; es entstehen Verzerrungen, die üblicherweise durch den **Klirrfaktor** beschrieben werden. Er kann als Funktion der Frequenz dargestellt werden, oder – und darum geht es hier – als Funktion der Aussteuerung. Bei sehr kleiner Aussteuerung (d.h. sehr kleiner Eingangsspannung) ist die Übertragung nahezu verzerrungsfrei, mit zunehmender Aussteuerung nehmen aber die Verzerrungen zu. In **Abb. 1** ist über dem Eingangspegel die Klirrdämpfung dargestellt, ein logarithmisches Maß des Klirrfaktors ($1\% \hat{=} 40$ dB). Im linken Bild nehmen die quadratischen Verzerrungen (blaue Kurve) über der Aussteuerung in einem weiten Bereich monoton zu, im rechten Bild – das von einer anderen ECC83 stammt – zeigt die quadratische Verzerrung jedoch ein charakteristisches Minimum. Woher kommt dieses Minimum, das bei vielen, aber eben nicht allen Triodenverstärkern zu beobachten ist?

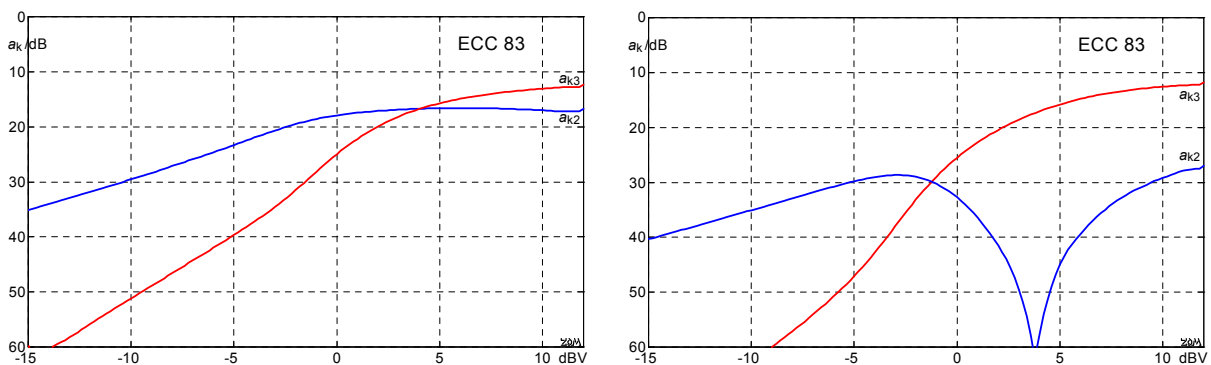


Abb. 1: Quadratische (blau) und kubische Klirrdämpfung (rot) als Funktion des Eingangspegels [1].

Zur analytischen Beschreibung von Röhrenverzerrungen ist es hilfreich, ihre Übertragungskennlinie zunächst rigoros zu vereinfachen. Auch wenn die idealisierte Triodentheorie eine Potenzfunktion mit 1.5 als Exponent fordert – es ist einfacher, mit einer quadratischen Kennlinie zu beginnen, und sich der Realität Schritt für Schritt zu nähern. Mit einer rein quadratischen Übertragungskennlinie erhält man natürlich auch nur quadratische Verzerrungen, doch genau um die geht es. Die quadratische Parabel $y = x^2$ ist gut geeignet, das Übertragungsverhalten bei kleinen Aussteuerungen zu studieren. Da sie aber keine beidseitige Signalbegrenzung (Clipping) ermöglicht, muss ihre Form für große Aussteuerung durch zusätzliche Terme modifiziert werden.

Zum Verständnis von Abb. 1 sei kurz auf die Definition von Klirrfaktor und Klirrdämpfung hingewiesen [1]. Ein mit einem Sinuston der Frequenz f angesteuerter Verstärker mit rein quadratischen Verzerrungen erzeugt am Ausgang neben dem Primärton (bei f) auch einen Verzerrungston bei $2f$. Mit U_1 = Effektivspannung des Primärtones und U_2 = Effektivspannung des Verzerrungstones ergibt sich der quadratische Klirrfaktor zu:

$$k_2 = U_2 / \sqrt{U_1^2 + U_2^2} \quad \text{für kleine Aussteuerung vereinfacht zu:} \quad k_2 \approx U_2 / U_1$$

Hieraus entsteht die **quadratische Klirrdämpfung** gemäß: $a_{k2} = 20 \cdot \lg(1/k_2)$ dB. Die Klirrdämpfung ist positiv, zu 1% Klirrfaktor gehören 40 dB Klirrdämpfung. In den Abbildungen wird die Klirrdämpfung auf der Ordinate von oben nach unten aufgetragen, die Verzerrungen sind folglich um so stärker, je weiter oben die Kurve verläuft.

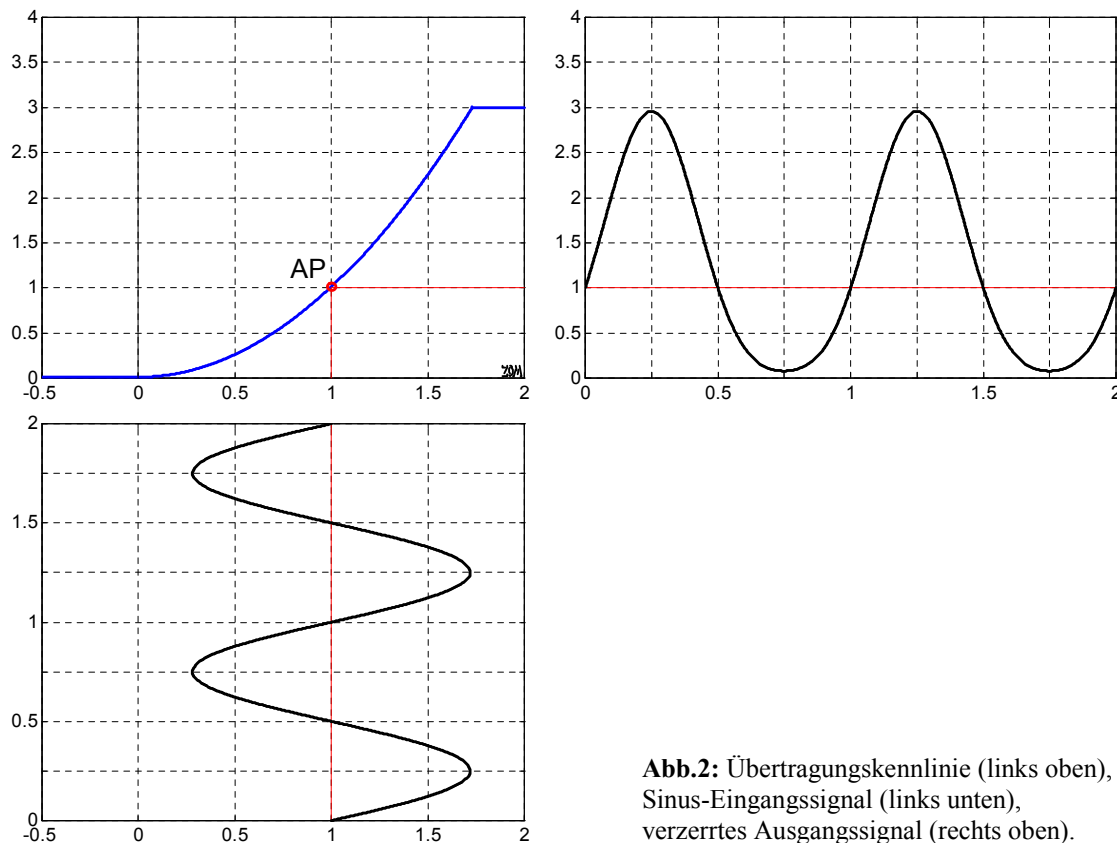


Abb.2: Übertragungskennlinie (links oben), Sinus-Eingangssignal (links unten), verzerrtes Ausgangssignal (rechts oben).

In **Abb. 2** ist die von einer quadratischen Kennlinie verursachte nichtlineare Sinus-Verzerrung dargestellt. Die blau gezeichnete Übertragungskennlinie hat die einfache Form $y = x^2$, ist aber für negative Aussteuerung ($x < 0$) zu null definiert. Für $y > 3$ ist das Ausgangssignal begrenzt, bei diesem ersten Beispiel wird diese Grenze aber gerade noch nicht erreicht. Die Aussteuerung erfolgt sinusförmig um einen **Arbeitspunkt AP** herum, was auch mit einer Koordinatentransformation beschrieben werden kann:

$$\xi = \sin(\omega t); \quad x = \xi + 1; \quad y = x^2 = \xi^2 + 2\xi + 1.$$

Die Signalabbildung kann folglich als Überlagerung einer linearen Abbildung (2ξ), einer quadratischen Abbildung (ξ^2) und eines Offsets (+1) aufgefasst werden. Quadrieren der Sinusfunktion ergibt einen Anteil bei der doppelten Frequenz ($2f$) und einen Gleichanteil ($f = 0$). Eine ausführlichere Darstellung zur nichtlinearen Verzerrung ist in Kap. 10.1.4 [1] zu finden, ergänzende Informationen z.B. in der GITEC-Knowledgebase Nr.12 (www.gitec-forum.de).

Das Ausgangssignal in Abb. 2 ist verzerrt (verbogen), aber noch nicht begrenzt. Dies passiert, wenn man die Eingangsamplitude vergrößert (**Abb. 3**). Zunächst ist diese Begrenzung aber noch unerwünscht, die Aussteuerung erfolgt wie bei Abb. 2.

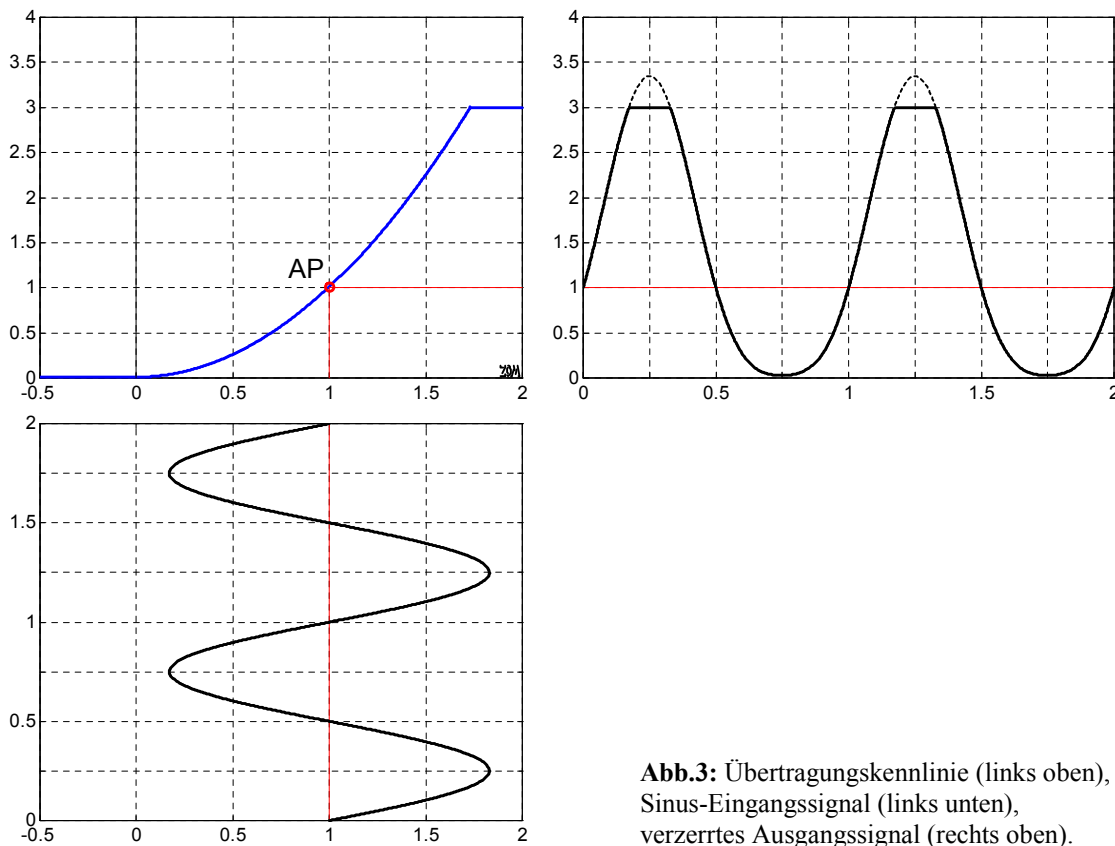


Abb.3: Übertragungskennlinie (links oben), Sinus-Eingangssignal (links unten), verzerrtes Ausgangssignal (rechts oben).

In **Abb. 4** ist links nochmals die Zeitfunktion der Ausgangsspannung von Abb. 2 dargestellt, hier allerdings ohne Ausgangsoffset. Im rechten Bild erkennt man die Zerlegung des Ausgangssignals (schwarz) in die 1. Harmonische (f , blau) und die 2. Harmonische ($2f$, rot); diese 2. Harmonische ist um einen Gleichanteil zu positiven Werten verschoben, wie bei Abb. 2 erläutert. Durch die linksgekrümmte (progressive) Übertragungskennlinie werden die positiven Werte des Eingangssignals vergrößert, die negativen werden verkleinert – für die Verzerrungskomponente ist deshalb eine Minus-Kosinusfunktion erforderlich (im Bild rot).

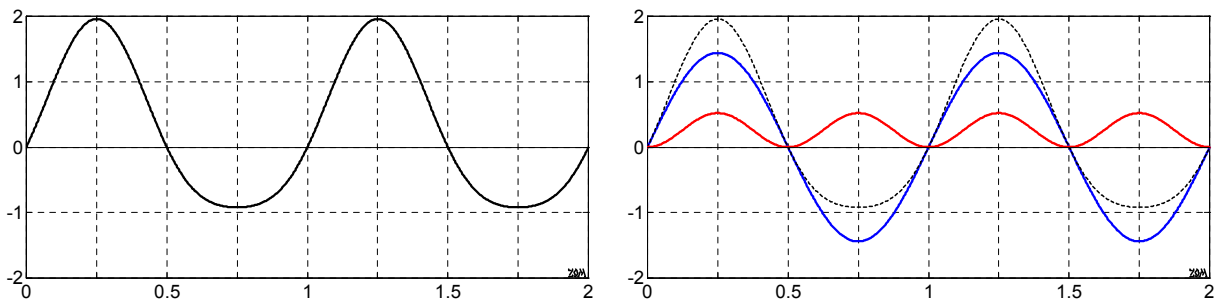


Abb. 4: Zeitfunktion der offsetfreien Ausgangsspannung, sowie die Zerlegung in harmonische Komponenten.

Das Übergewicht der positiven Anteile besteht aber nicht generell, sondern nur solange diese nicht zu sehr begrenzt werden. In Abb. 4 ist dieses Übergewicht noch vorhanden, man kann sich aber leicht Fälle vorstellen, in denen die negativen Anteile überwiegen. Und wenn mit zunehmender Aussteuerung die Verzerrungspolarität wechselt, entsteht eine k_2 -Nullstelle.

Abb. 5 zeigt dieselbe Übertragungskennlinie wie Abb. 2 und 3, jedoch mit verschobenem Arbeitspunkt. Solange die Aussteuerung den oberen Kennlinienknick nicht erreicht, nimmt die quadratische Klirrdämpfung linear über dem Eingangspegel ab, k_2 ist proportional zur Aussteuerung. Die positiven Signalanteile überwiegen, wie im linken Bild der **Abb. 6** rot dar-

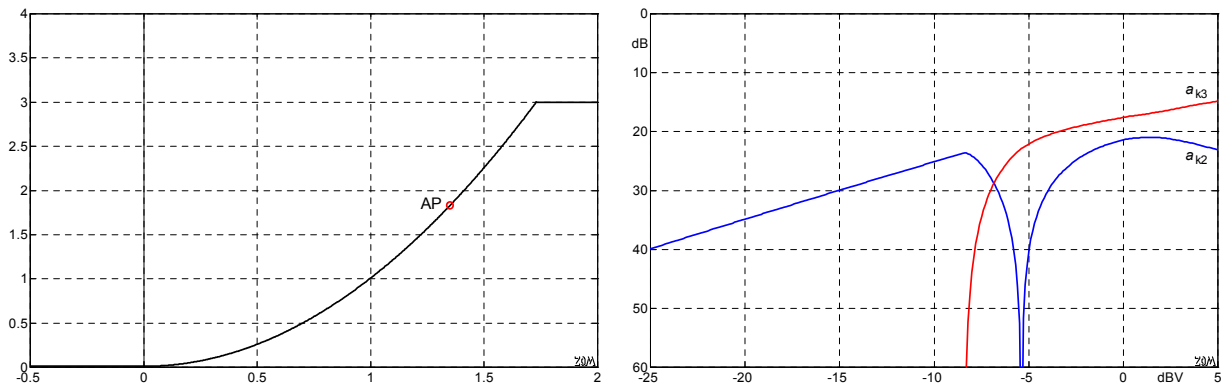


Abb. 5: Quadratische Übertragungskennlinie (links) und Aussteuerungsabhängigkeit der Klirrdämpfungen.

gestellt. Bei starker Übersteuerung (Abb. 6, rechtes Bild) überwiegen jedoch die negativen Signalanteile, und deswegen muss U_2 die Polarität wechseln. Und zwischen diesen beiden Betriebszuständen gibt es einen Punkt, an dem U_2 gerade zu null wird.

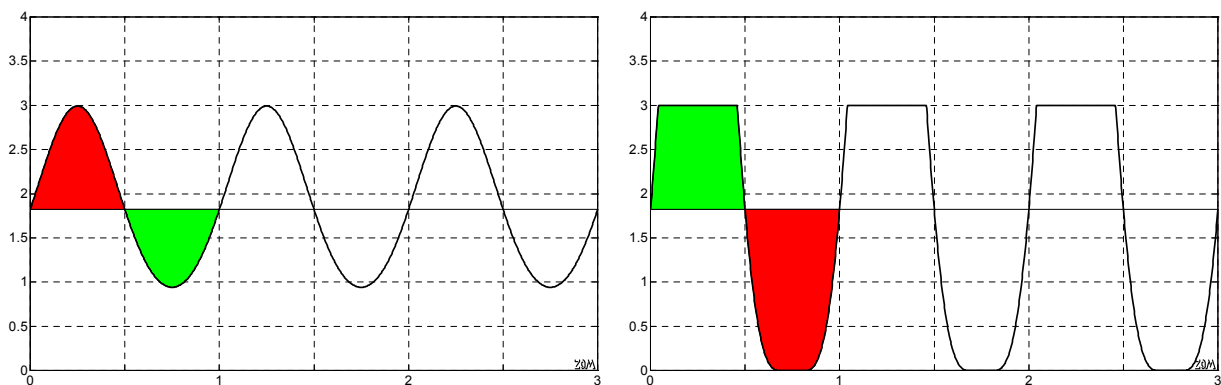


Abb. 6: Sinusverzerrung mit überwiegend positiven (links) bzw. negativen Anteilen (rechts).

Abb. 7 erläutert diesen Polaritätswechsel an einem vereinfachten Modell: Im linken Bild wird der Sinus (schwarz) durch einen Minus-Kosinus der doppelten Frequenz und einen Gleichanteil verzerrt, bei der Summe (grün) überwiegen positive Anteile. Invertiert man das Vorzeichen der blauen Kurve (rechtes Bild), überwiegen bei der Summe die negativen Anteile. Im mittleren Bild ist die Verzerrung nicht quadratisch, sondern kubisch (k_2 ist also null), die Resultierende (grün) ist symmetrisch zur Zeitachse. Bei dem in Abb. 6 dargestellten Beispiel ist die Situation etwas komplizierter, weil durch die abrupte Begrenzung auch Verzerrungen höherer Ordnung entstehen, der k_2 -Polaritätswechsel ist aber auch hier vorhanden.

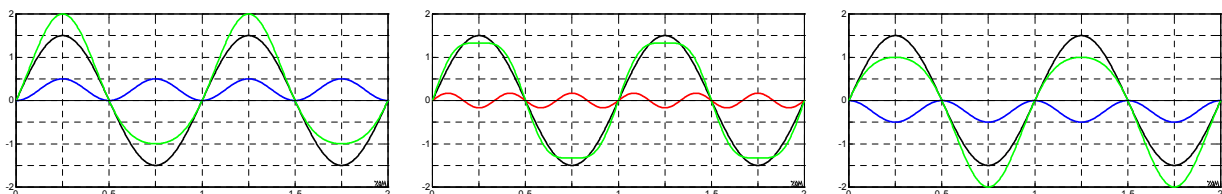


Abb. 7: Sinus (schwarz), durch 2. Harmonische (blau) bzw. durch dritte Harmonische (rot) verzerrt (=> grün).

Die k_2 -Nullstelle kann jedoch nur auftreten, wenn die Lage des Arbeitspunktes einen U_2 -Polaritätswechsel ermöglicht. In **Abb. 8** wurde der Arbeitspunkt gegenüber Abb. 5 zu kleineren Werten verschoben, und damit überwiegen im Ausgangssignal immer die positiven Signalanteile; k_2 nimmt über der Aussteuerung zunächst zu, und dann ab – ohne Nullstelle.

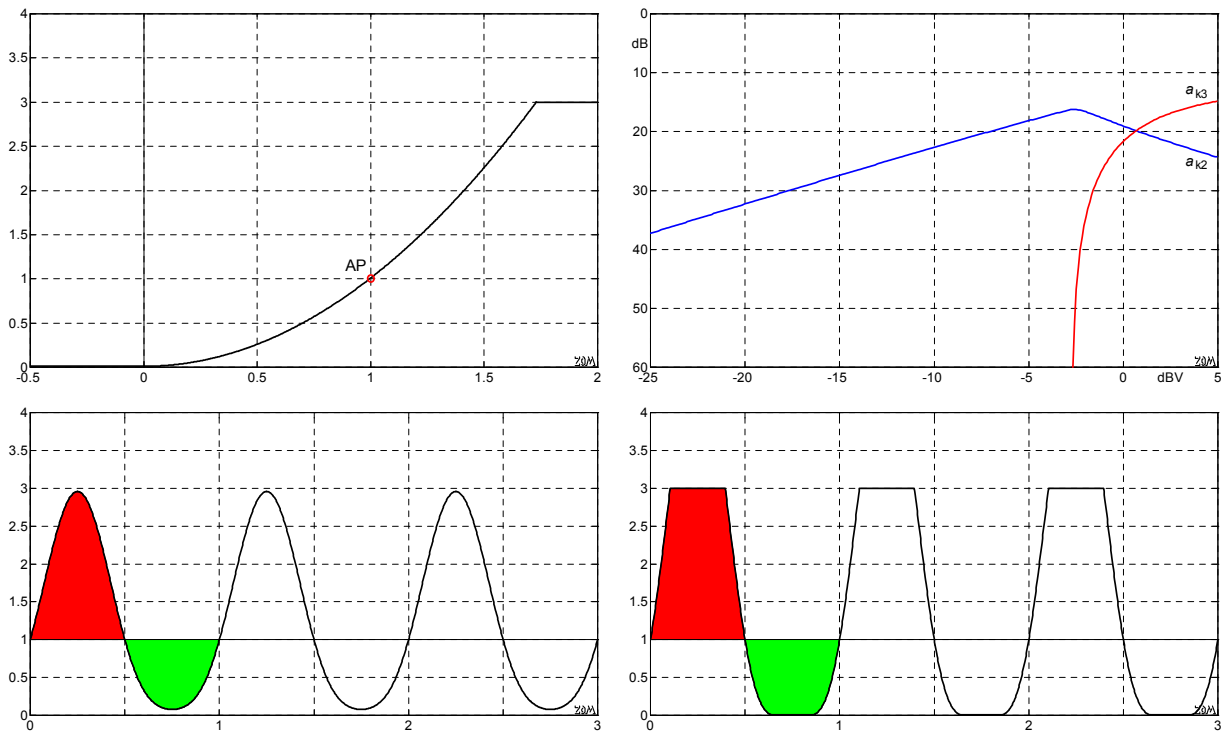


Abb. 8: Wie Abb. 5, aber mit anderem Arbeitspunkt.

Das Symmetriekriterium des Ausgangssignals liefert zwar noch nicht den exakten Wert der k_2 -Nullstelle, es ist aber eine gute Näherung. Wie ja auch die rein quadratische Kennlinie eine Näherung für die Röhrenkennlinie ist. In **Abb. 9** ist die Modell-Parabel rot eingezeichnet, im Vergleich dazu eine blaue ECC83-Übertragungskennlinie. Für negative Ansteuerung sind die Kurven sehr ähnlich, die runde Gitterstrombegrenzung (mittleres Bild rechts unten) wird vom harten Modell-Clipping jedoch nur unzureichend nachgebildet – deshalb unterscheiden sich auch die Verzerrungskurven der beiden seitlichen Bilder.

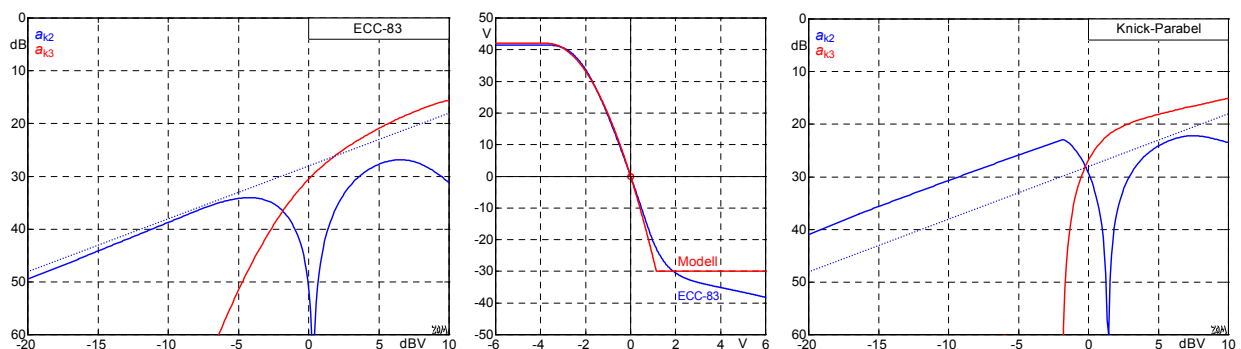


Abb. 9, links: Klirrdämpfungen der ECC-83; **Mitte:** Knick-Parabel (rot) und ECC-83-Kennlinie (blau); **rechts:** Klirrdämpfungen der Knick-Parabel.

Es ist nicht leicht, vom Verlauf der Übertragungskennlinie auf die Klirrdämpfung zu schließen. 60 dB Klirrdämpfung entsprechen 0,1% Klirrfaktor – derart kleine Details bleiben dem Auge normalerweise verborgen.

In **Abb. 10** sind im mittleren Bild zwei Kennlinien übereinander gezeichnet. Sie sind nicht identisch, sondern unterscheiden sich kaum sichtbar bei [0.5V -10V]. Die zugehörigen Klirrdämpfungen unterscheiden sich hingegen deutlich, wie die beiden äußeren Bilder offenbaren. Eine kaum sichtbare Änderung der Krümmung erzeugt hier eine zusätzliche k_2 -Nullstelle.

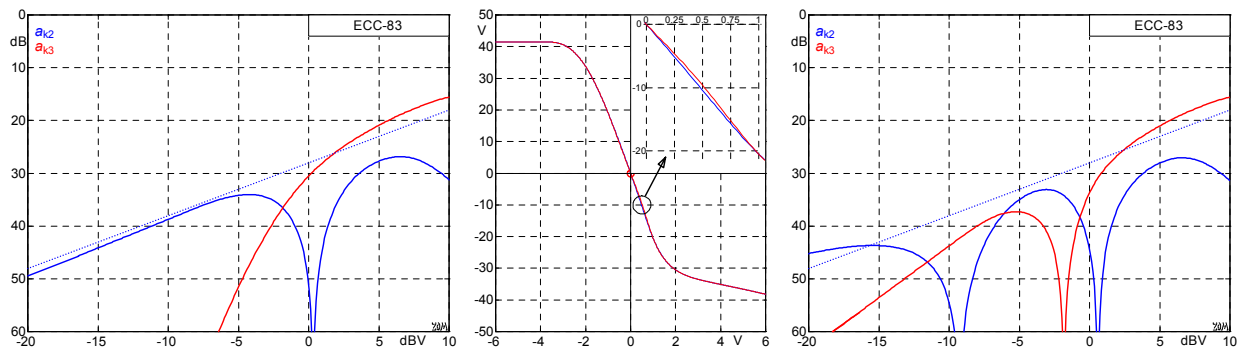


Abb. 10, links: wie Abb. 9; **Mitte:** Kennlinie zum linken Bild (blau, wie in Abb. 9), Kennlinie zum rechten Bild (rot). Die rote Kennlinie deckt die blaue fast vollständig zu. **Rechts:** a_k zur roten Kennlinie.

Die k_2 -Nullstelle wird zum lokalen Minimum, wenn man den Arbeitspunkt um -0.3 V verschiebt (**Abb. 11**). Die Kennlinie ist gegenüber Abb. 9 unverändert, der Sinus steuert jetzt aber einen anderen Bereich aus, und wieder ändert sich der Verlauf der Klirrdämpfungen.

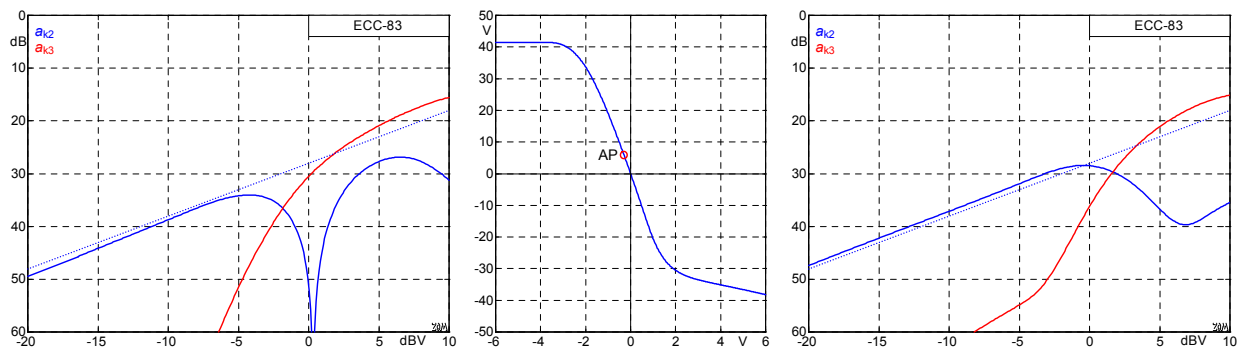


Abb. 11, links: wie Abb. 9; **Mitte:** Kennlinie, Arbeitspunkt verschoben; **Rechts:** a_k zum verschobenen AP.

Die o.a. Verzerrungsanalysen zeigen, dass der Verlauf der Klirrdämpfungen schon durch sehr kleine Modifikationen der Übertragungskennlinie deutlich verändert wird. Diese Modifikationen sind in der Schaltung leicht erreichbar, z.B. durch Verändern des Kathodenwiderstandes. Oder durch Tausch der Röhre – denn deren Daten streuen fertigungsbedingt u.U. erheblich.

Literatur:

[1] Zollner M.: Physik der Elektrogitarre, www.gitarrenphysik.de

Fachartikel in www.gitarrenphysik.de	11 Schaltungsvarianten für das Reguitaring
1 Gitarren-Lautsprecher	12 Verzerrungen: gerade oder ungerade?
2 Studio-Lautsprecher	13 Die Basswiedergabe beim Studio-Monitor
3 Welche ECC83 darf's denn sein?	14 Vom Sinn und Unsinn der CSD-Wasserfälle
4 Reamping and Reguitaring	15 Artefakte bei Wasserfall-Spektrogrammen
5 Gitterstrom bei Trioden	16 Equalizer, Teil 1 – 3
6 Der Verzerrer	17 Studio- und Messmikrofone, Teil 1 – 5
7 Der Range-Master rauscht	18 Die Dummy-Load als Lautsprecher-Ersatz
8 Raumakustik	19 Nichtlineare Modelle
9 Saitenalterung	20 Wie misst man Elkos?
10 Lautsprecherkabel	21 Der Lautsprecher-Phasengang